

1 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ を全体集合とするとき、その部分集合 $A = \{3, 6, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 7, 8\}$ について、次の集合を求めよ。

(1) \bar{A}

(2) \bar{B}

(3) $A \cup B$

(4) $A \cap B$

(5) $\bar{A} \cap B$

(6) $\overline{A \cup B}$

2 次の命題の真偽を求めよ。

(1) 正三角形は二等辺三角形である。

(2) 3は偶数である。

(3) $1 < x < 3$ ならば $x \leq 5$ である。

(4) $-3 \leq x < 4$ ならば $x > 2$ である。

1 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ を全体集合とするとき、その部分集合 $A = \{3, 6, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 7, 8\}$ について、次の集合を求めよ。

(1) \bar{A}

$$\bar{A} = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$$

(2) \bar{B}

$$\bar{B} = \{1, 3, 5, 9\}$$

(3) $A \cup B$

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$$

(4) $A \cap B$

$$A \cap B = \{6\}$$

(5) $\bar{A} \cap B$

$$\bar{A} \cap B = \{2, 4, 7, 8\}$$

(6) $\overline{A \cup B}$

$$\overline{A \cup B} = \{1, 5\}$$

2 次の命題の真偽を求めよ。

(1) 正三角形は二等辺三角形である。

真

(2) 3は偶数である。

偽

(3) $1 < x < 3$ ならば $x \leq 5$ である。

真

(4) $-3 \leq x < 4$ ならば $x > 2$ である。

偽

(反例) $x = -2$
 など

1 x, y は実数である。次の の中に当てはまるものを、下の(ア)~(エ)のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

- (ア) 必要十分条件である。
 (イ) 必要条件であるが、十分条件ではない。
 (ウ) 十分条件であるが、必要条件ではない。
 (エ) 必要条件でも十分条件でもない。
 (1) $x = 2$ は $x^2 = 4$ であるための 。

(2) $x > -2$ は $1 \leq x \leq 2$ であるための 。

(3) n を自然数とする。 n が偶数であることは n が4の倍数であるための 。

(4) $x \neq 1$ は $x > 0$ であるための 。

(5) $x^2 + y^2 = 0$ は $x = 0$ かつ $y = 0$ であるための 。

2 $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 3, x \text{ は実数}\}$,
 $B = \{x \mid -5 < x < 1, x \text{ は実数}\}$ とする。
 このとき次の集合を求めよ。

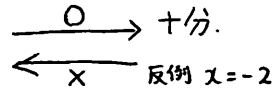
(1) $A \cap B$

(2) $A \cup B$

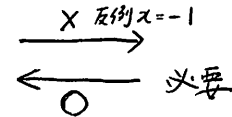
(3) \bar{A}

1 x, y は実数である。次の の中に当てはまるものを、下の(ア)~(エ)のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

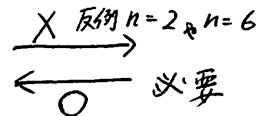
- (ア) 必要十分条件である。
 (イ) 必要条件であるが、十分条件ではない。
 (ウ) 十分条件であるが、必要条件ではない。
 (エ) 必要条件でも十分条件でもない。
 (1) $x = 2$ は $x^2 = 4$ であるための 。
 $(x = \pm 2)$



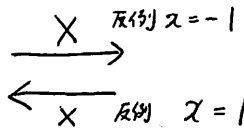
(2) $x > -2$ は $1 \leq x \leq 2$ であるための 。



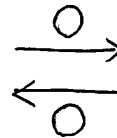
(3) n を自然数とする。 n が偶数であることは n が4の倍数であるための 。



(4) $x \neq 1$ は $x > 0$ であるための 。



(5) $x^2 + y^2 = 0$ は $x = 0$ かつ $y = 0$ であるための 。



2 $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 3, x \text{ は実数}\}$,
 $B = \{x \mid -5 < x < 1, x \text{ は実数}\}$ とする。
 このとき次の集合を求めよ。

(1) $A \cap B$

$A \cap B = \{x \mid -2 \leq x < 1, x \text{ は実数}\}$
 //

(2) $A \cup B$

$A \cup B = \{x \mid -5 < x \leq 3, x \text{ は実数}\}$
 //

(3) \bar{A}

$\bar{A} = \{x \mid x < -2, 3 < x, x \text{ は実数}\}$
 //

1 x, y は実数である。次の の中に当てはまるものを、下の (ア)~(エ) のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

- (ア) 必要十分条件である。
- (イ) 必要条件であるが、十分条件ではない。
- (ウ) 十分条件であるが、必要条件ではない。
- (エ) 必要条件でも十分条件でもない。

(1) $x = 3$ は $x^2 + 2x - 15 = 0$ であるための 。

(2) $x = y = 0$ は $xy = 0$ かつ $x + y = 0$ であるための 。

(3) $\angle A < 90^\circ$ は $\triangle ABC$ が鋭角三角形であるための 。

(4) 四角形 ABCD がひし形であることは四角形 ABCD が正方形であるための 。

2 x, y は実数とする。次の命題の真偽を () に記入せよ。また、その逆・裏・対偶を に書き、それらの真偽を () に記入せよ。

「 $x + y > 7$ 」 \Rightarrow 「 $x > 5$ または $y > 2$ 」 ()

(逆)

()

(裏)

()

(対偶)

()

1 x, y は実数である。次の の中に当てはまるものを、下の (ア)~(エ) のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

- (ア) 必要十分条件である。
- (イ) 必要条件であるが、十分条件ではない。
- (ウ) 十分条件であるが、必要条件ではない。
- (エ) 必要条件でも十分条件でもない。

(1) $x = 3$ は $x^2 + 2x - 15 = 0$ であるための 。

$(x = -5, 3)$
 $\xrightarrow{0}$ 十分
 \xleftarrow{X} 反例 $x = -5$

(2) $x = y = 0$ は $xy = 0$ かつ $x + y = 0$ であるための 。

$\xrightarrow{0}$
 $\xleftarrow{0}$

(3) $\angle A < 90^\circ$ は $\triangle ABC$ が鋭角三角形であるための 。

\xrightarrow{X} 反例 $\angle A = 10^\circ, \angle B = 20^\circ, \angle C = 150^\circ$
 $\xleftarrow{0}$ 必要

(4) 四角形 ABCD がひし形であることは四角形 ABCD が正方形であるための 。

\xrightarrow{X}
 $\xleftarrow{0}$ 必要

2 x, y は実数とする。次の命題の真偽を () に記入せよ。また、その逆・裏・対偶を に書き、それらの真偽を () に記入せよ。

「 $x + y > 7$ 」 \Rightarrow 「 $x > 5$ または $y > 2$ 」 (真)

(逆)

「 $x > 5$ または $y > 2$ 」 \Rightarrow 「 $x + y > 7$ 」 (偽)
 反例 $x = 6, y = 0$

(裏)

「 $x + y \leq 7$ 」 \Rightarrow 「 $x \leq 5$ かつ $y \leq 2$ 」 (偽)
 反例 $x = 6, y = 0$

(対偶)

「 $x \leq 5$ かつ $y \leq 2$ 」 \Rightarrow 「 $x + y \leq 7$ 」 (真)

1 x, y は実数である。次の の中に当てはまるものを、下の(ア)~(エ)のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

- (ア) 必要十分条件である。
- (イ) 必要条件であるが、十分条件ではない。
- (ウ) 十分条件であるが、必要条件ではない。
- (エ) 必要条件でも十分条件でもない。

(1) $xy = 1$ は $x = 1$ であるための 。

(2) $x^2 - 5x + 6 = 0$ は $x = 2$ であるための 。

(3) $xy + 1 = x + y$ は x, y の少なくとも1つは1であるための 。

(4) $\triangle ABC$ が正三角形あることは $\triangle ABC$ が二等辺三角形であるための 。

2 次の問いに答えなさい。

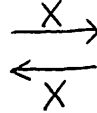
(1) n を整数とするとき、次の命題の対偶を述べよ。
命題： n^2 が3の倍数ならば、 n は3の倍数である。

(2) (1) の命題を証明せよ。

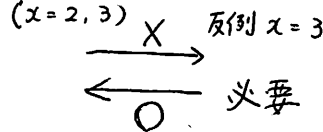
1 x, y は実数である。次の の中に当てはまるものを、下の(ア)~(エ)のうちから一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

- (ア) 必要十分条件である。
- (イ) 必要条件であるが、十分条件ではない。
- (ウ) 十分条件であるが、必要条件ではない。
- (エ) 必要条件でも十分条件でもない。

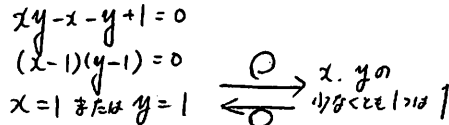
(1) $xy = 1$ は $x = 1$ であるための 。



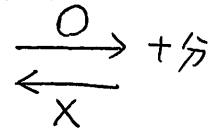
(2) $x^2 - 5x + 6 = 0$ は $x = 2$ であるための 。



(3) $xy + 1 = x + y$ は x, y の少なくとも1つは1であるための 。



(4) $\triangle ABC$ が正三角形あることは $\triangle ABC$ が二等辺三角形であるための 。



2 次の問いに答えなさい。

(1) n を整数とするとき、次の命題の対偶を述べよ。
命題： n^2 が3の倍数ならば、 n は3の倍数である。

n が3の倍数でないならば、 n^2 は3の倍数でない... ①

(2) (1) の命題を証明せよ。

① を証明する n を整数とすると $n = 3k+1, 3k+2$

(i) $n = 3k+1$ のとき

$$n^2 = (3k+1)^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 1$$

(ii) $n = 3k+2$ のとき

$$n^2 = (3k+2)^2 = 9k^2 + 12k + 4 = 9k^2 + 12k + 3 + 1 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1$$

$3k^2 + 2k$ と $3k^2 + 4k + 1$ は整数なので n^2 は3の倍数でない。よって ① は真であるから対偶も真。

ゆえに n^2 が3の倍数ならば n は3の倍数である



1 <2次不等式学習後>

x, y は実数とする。次の命題の真偽を () に記入せよ。また、その逆・裏・対偶を□に書き、それらの真偽を () に記入せよ。

「 $a > 2$ 」 \Rightarrow 「 $a^2 > 4$ 」 ()

(逆)

□ ()

(裏)

□ ()

(対偶)

□ ()

2 $\sqrt{6}$ が無理数であることを用いて、 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ が無理数であることを、背理法を用いて証明せよ。

✕ 3 $A = \{x \mid x \leq 1, 4 \leq x, x \text{ は実数}\}$,
 $B = \{x \mid -3 < x < 2, x \text{ は実数}\}$ とする。
 このとき次の集合を求めよ。

(1) \bar{B}

(2) $A \cap B$

(3) $\overline{A \cup B}$

1 <2次不等式学習後>

x, y は実数とする。次の命題の真偽を () に記入せよ。また、その逆・裏・対偶を□に書き、それらの真偽を () に記入せよ。

「 $a > 2$ 」 \Rightarrow 「 $a^2 > 4$ 」 (真)
 $a^2 - 4 > 0 \cdot (a+2)(a-2) > 0$
 $a < -2, 2 < a$

(逆)

「 $a^2 > 4$ 」 \Rightarrow 「 $a > 2$ 」 (偽)

(裏)

「 $a \leq 2$ 」 \Rightarrow 「 $a^2 \leq 4$ 」 (偽)

(対偶)

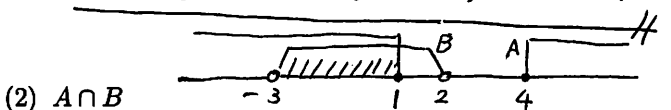
「 $a^2 \leq 4$ 」 \Rightarrow 「 $a \leq 2$ 」 (真)

2 $\sqrt{6}$ が無理数であることを用いて、 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ が無理数であることを、背理法を用いて証明せよ。

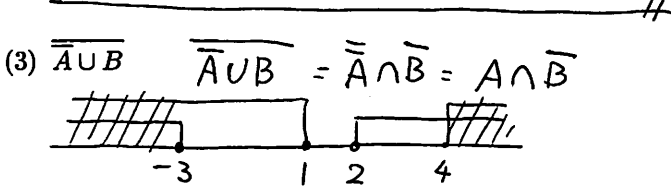
(proof) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ が有理数であると仮定する
 $r \in \text{有理数}$ とし、 $\sqrt{2} + \sqrt{3} = r$ とする
 両辺2乗し $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = r^2$
 $2 + 2\sqrt{6} + 3 = r^2$
 $\sqrt{6} = \frac{r^2 - 5}{2}$
 r^2 が有理数なので $\frac{r^2 - 5}{2}$ は有理数なのにに対し
 $\sqrt{6}$ は無理数であるから矛盾する。
 したがって $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ は無理数である

3 $A = \{x \mid x \leq 1, 4 \leq x, x \text{ は実数}\}$,
 $B = \{x \mid -3 < x < 2, x \text{ は実数}\}$ とする。
 このとき次の集合を求めよ。

(1) \bar{B}
 $B = \{x \mid -3 < x < 2, x \text{ は実数}\}$



(2) $A \cap B$
 $A \cap B = \{x \mid -3 < x \leq 1, x \text{ は実数}\}$



(3) $\overline{A \cup B}$ $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B} = A \cap \bar{B}$
 $\overline{A \cup B} = \{x \mid x \leq -3, 4 \leq x, x \text{ は実数}\}$