# ショートトライアル　場合の数と確率　1　　＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

**1**　1から100までの整数のうち，次のような整数は何個あるか。

(1) 3で割り切れる数

(2) 3と5の少なくとも一方で割り切れる数

(3) 4の倍数であるが，3の倍数でない数

**2**　あるクラスの生徒40人について通学方法を調べたところ，電車を利用する生徒は23人，自転車を利用する生徒は11人，電車と自転車の両方を利用する生徒は9人いた。このとき，次のような生徒は何人いるか。

(1) 電車も自転車も利用しない生徒

(2) 自転車だけを利用する生徒

---

**1**　1から100までの整数のうち，次のような整数は何個あるか。

(1) 3で割り切れる数 ← Aとする

$100 = 3 \times 33 + 1$

$A = \{3\times1, 3\times2, \cdots, 3\times33\}$　　33個

$n(A) = 33$

(2) 3と5の少なくとも一方で割り切れる数

5で割り切れる数の集合をB　　$100 = 5\times20$

$B = \{5\times1, 5\times2, \cdots, 5\times20\}$　$n(B) = 20$

3でも5でも割り切れる … 15の倍数　　$100 = 15\times6+10$

$A\cap B = \{15\times1, 15\times2, \cdots, 15\times6\}$　$n(A\cap B) = 6$

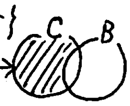
$n(A\cup B) = n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ より

$33 + 20 - 6 = 47$個

(3) 4の倍数であるが，3の倍数でない数

Cとすると　$C = \{4\times1, 4\times2, \cdots, 4\times25\}$

$n(C) = 25$.　　$C\cap\overline{B}$ →




4の倍数かつ3の倍数は12の倍数　$100 = 12\times8+4$

$C\cap B = \{12\times1, 12\times2, \cdots 12\times8\}$, $n(C\cap B) = 8$

$n(C\cap\overline{B}) = n(C) - n(C\cap B) = 25-8 = 17$個

**2**　あるクラスの生徒40人について通学方法を調べたところ，電車を利用する生徒は23人，自転車を利用する生徒は11人，電車と自転車の両方を利用する生徒は9人いた。このとき，次のような生徒は何人いるか。

(1) 電車も自転車も利用しない生徒

電車を利用する、または自転車を利用する生徒は

$23+11-9 = 25$人

よって電車も自転車も利用しない生徒は

$40-25 = 15$人

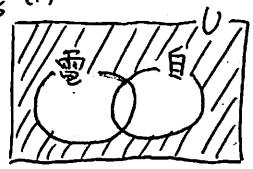
(2) 自転車だけを利用する生徒

(自転車を利用する生徒)−(電車も自転車も利用する生徒)

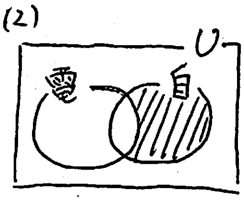
$11-9 = 2$人

---

参考 (1)




(2)



## ショートトライアル　場合の数と確率　2

____組____番　氏名________________

**1**　4個の文字A，B，B，Cから3個選んで1列に並べる場合の数をすべて求めよ。

**2**　大小2個のさいころを投げるとき，目の和が4以下の数になる場合は，何通りあるか。

**3**　次の式を展開すると，項は何個できるか。

(1) $(a+b)(x+y+z+w)$

(2) $(a+b+c+d)(x+y)(p+q+r+s+t)$

**4**　240の正の約数は何個あるか。また240の正の約数の総和を求めよ。

発展　240の正の約数のうち奇数は何個あるか．
その総和は？

**1**　4個の文字A，B，B，Cから3個選んで1列に並べる場合の数をすべて求めよ。

A — B — B
　　　　\ C
　\ C — B

C — A — B
　\ B — B
　　　　\ A

B — A — B
　　　　\ C
　\ B — A
　　　　\ C
　\ C — A
　　　　\ B

12通り//

**2**　大小2個のさいころを投げるとき，目の和が4以下の数になる場合は，何通りあるか。

1-1　1-2　1-3
　　 2-1　2-2
　　　　　 3-1

6通り//

**3**　次の式を展開すると，項は何個できるか。

(1) $(a+b)(x+y+z+w)$

$2\times4=8$個//

(2) $(a+b+c+d)(x+y)(p+q+r+s+t)$

$4\times2\times5=40$個//

**4**　240の正の約数は何個あるか。また240の正の約数の総和を求めよ。

$240=2^4\times3\times5$ より

$5\times2\times2=20$個//

2)240
2)120
2)60
2)30
3)15
　 5

その総和は

$(1+2+2^2+2^3+2^4)(1+3)(1+5)$

$=744$//

発展　240の正の約数のうち奇数は
$(1+3)(1+5)$ の部分なので $2\times2=4$個
その和は $4\times6=24$ となる．

## ショートトライアル　場合の数と確率　3　　____組____番　氏名________________

1　次の値を求めよ。ただし，$n$ は整数とする。

(1) ${}_5P_2$

(2) ${}_7P_4$

(3) ${}_nP_3$　$(n \geqq 3)$

2　次のものの総数を求めよ。

(1) 8 人の生徒から 3 人を選んで 1 列に並べるときの並べ方

(2) 1 から 9 までの 9 個の数字から異なる 4 個を選んで作る 4 桁の整数

(3) 5 人全員を 1 列に並べるときの並べ方の総数

3　大人 5 人，子ども 4 人が 1 列に並ぶとき，つぎのような並び方は何通りあるか。

(1) 子ども 4 人が続いて並ぶ

(2) 大人と子どもが交互に並ぶ

1　次の値を求めよ。ただし，$n$ は整数とする。

(1) ${}_5P_2$

(与式) $= 5 \times 4 = \underline{20}$ //

(2) ${}_7P_4$

(与式) $= 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 42 \times 20$
$= \underline{840}$ //

(3) ${}_nP_3$　$(n \geqq 3)$

(与式) $= \underline{n(n-1)(n-2)}$ //

2　次のものの総数を求めよ。

(1) 8 人の生徒から 3 人を選んで 1 列に並べるときの並べ方

${}_8P_3 = 8 \times 7 \times 6 = \underline{336\text{通り}}$ //

(2) 1 から 9 までの 9 個の数字から異なる 4 個を選んで作る 4 桁の整数

${}_9P_4 = 9 \times 8 \times 7 \times 6 = \underline{3024\text{通り}}$ //

(3) 5 人全員を 1 列に並べるときの並べ方の総数

${}_5P_5 = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = \underline{120\text{通り}}$ //

3　大人 5 人，子ども 4 人が 1 列に並ぶとき，つぎのような並び方は何通りあるか。

(1) 子ども 4 人が続いて並ぶ

$\overbrace{(\text{子ども4人})\ 大\ 大\ 大\ 大\ 大}^{6!}$

4!

$6! \times 4! = 720 \times 24 = \underline{17280\text{通り}}$ //

(2) 大人と子どもが交互に並ぶ

$5! \times 4! = 120 \times 24 = \underline{2880\text{通り}}$ //

$\overbrace{大\quad 大\quad 大\quad 大\quad 大}^{5!}$

$\underbrace{子\quad 子\quad 子\quad 子}_{4!}$

# ショートトライアル　場合の数と確率　4

____組____番　氏名____________________

**1**　次の値を求めよ。ただし，$n$ は整数とする。

(1) ${}_7\mathrm{P}_1$

(2) ${}_6\mathrm{P}_3$

(3) ${}_n\mathrm{P}_2$　$(n \geqq 2)$

**2**　5個の数字 0，1，2，3，4 を使ってできる，次のような整数は何個あるか。ただし，同じ数字は2度以上使わないものとする。

(1) 4桁の整数

(2) 4桁の奇数

(3) 両端の数字が奇数である5桁の整数

(4) 5桁の偶数

**1**　次の値を求めよ。ただし，$n$ は整数とする。

(1) ${}_7\mathrm{P}_1$

(与式) $= 7$

(2) ${}_6\mathrm{P}_3$

(与式) $= 6 \times 5 \times 4 = 120$

(3) ${}_n\mathrm{P}_2$　$(n \geqq 2)$

(与式) $= n(n-1)$

**2**　5個の数字 0，1，2，3，4 を使ってできる，次のような整数は何個あるか。ただし，同じ数字は2度以上使わないものとする。

(1) 4桁の整数

千 百 十 一

0以外の4通り

千の位に使った数字以外の4つから3つ並べる

${}_4\mathrm{P}_3$

$4 \times {}_4\mathrm{P}_3 = 4 \times 4 \times 3 \times 2$

$= 96$個

(2) 4桁の奇数

千 百 十 一

① □□□1

0と1以外の3通り

千と一の位に使った数字以外の3つから2つ並べる $({}_3\mathrm{P}_2)$

② □□□3　これは①と同じ

0と3以外　${}_3\mathrm{P}_2$

※①と②は同じ個数

$3 \times {}_3\mathrm{P}_2 \times 2 = 3 \times 3 \times 2 \times 2$

$= 36$個

(3) 両端の数字が奇数である5桁の整数

① 1□□□3

0，2，4を並べる $3!$

② 3□□□1

0，2，4を並べる $3!$

$3! \times 2 = 12$個

(4) 5桁の偶数

① □□□□0

1，2，3，4を並べる $4! = 24$コ

② □□□□2

0，2以外 3通り

万と一の位で使った数字以外の3つから3つ並べる $(3!)$

$3 \times 3! = 18$コ

③ □□□□4 → ②と同じ個数 18コ

① + ② + ③ $= 24 + 18 + 18 = 60$個

# ショートトライアル　場合の数と確率　5

____組____番　氏名____________________

**1**　5人が5人用の円卓を囲んで座るとき，並び方は何通りあるか。

**2**　大人2人と子ども4人が輪の形に並ぶとき，大人2人が続いて並ぶような並び方は何通りあるか

**3**　4個の数字1，2，3，4を重複を許して使ってできる，次のような数は何個あるか。

(1)　4桁の整数

(2)　5桁の奇数

(3)　4桁の整数の中で3200より小さい整数

**4**　次の値を求めよ。

(1)　${}_5C_2$

(2)　${}_{20}C_{18}$

(3)　${}_nC_2$　$(n \geqq 2)$

**1**　5人が5人用の円卓を囲んで座るとき，並び方は何通りあるか。

$(5-1)! = 4! = \underline{24通り}$ //

**2**　大人2人と子ども4人が輪の形に並ぶとき，大人2人が続いて並ぶような並び方は何通りあるか

(大人2人)(小)(小)(小)(小) の円順列

2!通り

$2! \times (5-1)! = \underline{48通り}$ //

**3**　4個の数字1，2，3，4を重複を許して使ってできる，次のような数は何個あるか。

(1)　4桁の整数

$4 \times 4 \times 4 \times 4 = \underline{256個}$ //

(2)　5桁の奇数

$\underbrace{\square\square\square\square}_{1〜4の重複ok}\ \square$ ← 1か3

$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 2 = \underline{512個}$ //

(3)　4桁の整数の中で3200より小さい整数

$\boxed{1}\square\square\square \to 4 \times 4 \times 4 = 64こ$

$\boxed{2}\square\square\square \to 4 \times 4 \times 4 = 64こ$

$\boxed{3}\boxed{1}\square\square \to 4 \times 4 = 16こ$

$64 + 64 + 16 = \underline{144個}$ //

**4**　次の値を求めよ。

(1)　${}_5C_2$　$(与式) = \dfrac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = \underline{10}$ //

(2)　${}_{20}C_{18}$　$(与式) = {}_{20}C_2 = \dfrac{20 \cdot 19}{2 \cdot 1} = \underline{190}$ //

(3)　${}_nC_2$　$(n \geqq 2)$　$(与式) = \dfrac{n(n-1)}{2 \times 1} = \underline{\dfrac{n(n-1)}{2}}$ //

# ショートトライアル　場合の数と確率　6

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

**1**　6人が6人用の円卓を囲んで座るとき，並び方は何通りあるか。

**2**　大人4人と子ども4人が輪の形に並ぶとき，大人と子どもが交互に並ぶような並び方は何通りあるか

**3**　10色ある色鉛筆から4色を選ぶ方法は何通りあるか。

**4**　正八角形について，次の数を求めよ。

(1) 対角線の本数を求めよ。

(2) 3個の頂点を結んでできる三角形の個数を求めよ。

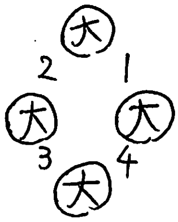
(3) 3個の頂点を結んでできる三角形のうち，直角三角形であるものの個数を求めよ。

(正八角形 $A_0A_1A_2 \cdots A_7$ について考える)

**1**　6人が6人用の円卓を囲んで座るとき，並び方は何通りあるか。

$(6-1)! = 5! = 120$通り

**2**　大人4人と子ども4人が輪の形に並ぶとき，大人と子どもが交互に並ぶような並び方は何通りあるか




大(4人)の円順列　3!通り

1, 2, 3, 4に子ども4人を並べる　4!通り

$3! \times 4! = 144$通り

**3**　10色ある色鉛筆から4色を選ぶ方法は何通りあるか。

${}_{10}C_4 = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$通り

**4**　正八角形について，次の数を求めよ。

(1) 対角線の本数を求めよ。

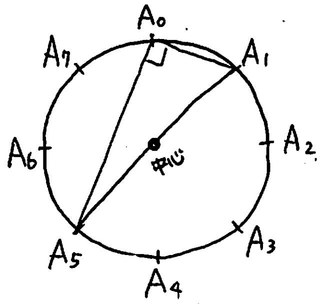
${}_8C_2 - 8 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} - 8 = 20$本

(頂点を結ぶ線分すべて)　(辺の数)

(2) 3個の頂点を結んでできる三角形の個数を求めよ。

${}_8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$個

(3) 3個の頂点を結んでできる三角形のうち，直角三角形であるものの個数を求めよ。




一辺を円の直径にすればよいので 左図で

$A_1A_5$, $A_2A_6$, $A_3A_7$, $A_4A_0$ の4通り。

このそれぞれに対して，

$A_1A_5$ならば $A_2$か$A_3$か$A_4$か$A_6$か$A_7$か$A_0$をもう1つの頂点とすれば直角三角形となる(6通り)

よって　$4 \times 6 = 24$個

# ショートトライアル　場合の数と確率　7

____組____番　氏名____________

1　7人の生徒から2人の委員を選ぶ方法は何通りあるか。

2　6人の生徒から視聴覚委員と図書委員を一人ずつ選ぶ方法は何通りあるか。

3　大人5人、子ども4人から3人を選ぶとき，次のような選び方はそれぞれ何通りあるか。

(1) 大人1人と子ども2人を選ぶ。

(2) 子どもが少なくとも1人含まれるように選ぶ。

4　8人を次のようにする方法は何通りあるか。

(1) 3人，3人，2人の3組に分ける

(2) 2人ずつの4組に分ける

1　7人の生徒から2人の委員を選ぶ方法は何通りあるか。

$${}_7C_2 = \frac{7\times6}{2\times1} = 21\text{通り}$$

2　6人の生徒から視聴覚委員と図書委員を一人ずつ選ぶ方法は何通りあるか。

$${}_6P_2 = 6\times5 = 30\text{通り}$$

3　大人5人、子ども4人から3人を選ぶとき，次のような選び方はそれぞれ何通りあるか。

(1) 大人1人と子ども2人を選ぶ。

$$(\text{大人}\overset{5\to1}{1})\times(\text{子ども}\overset{4\to2}{2}) = {}_5C_1 \times {}_4C_2$$

$$= 5\times\frac{4\times3}{2\times1} = 30\text{通り}$$

(2) 子どもが少なくとも1人含まれるように選ぶ。

$$(\overset{9\to3}{\text{全体}}) - \left(\begin{array}{c}\text{子どもが少なくとも1人含まれない}\\ \text{3人とも大人}(5\to3)\end{array}\right)$$

$$= {}_9C_3 - {}_5C_3 = \frac{9\times8\times7}{3\times2\times1} - \frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}$$

$$= 84 - 10 = 74\text{通り}$$

4　8人を次のようにする方法は何通りあるか。

(1) 3人，3人，2人の3組に分ける

$$\frac{{}_8C_3\times{}_5C_3\times{}_2C_2}{2!} = \frac{56\times10\times1}{2} = 280\text{通り}$$

(2) 2人ずつの4組に分ける

$$\frac{{}_8C_2\times{}_6C_2\times{}_4C_2\times{}_2C_2}{4!} = \frac{28\times15\times6\times1}{24}$$

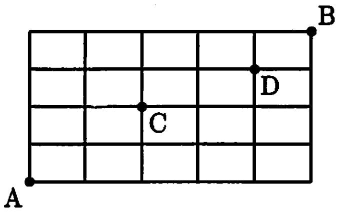
$$= 105\text{通り}$$

# ショートトライアル　場合の数と確率　8　　＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

1　10人の生徒から2人の委員を選ぶ方法は何通りあるか。

2　MINAMIという単語の6文字全部を使ってできる文字列は，何通りか。

3　ある町には，下の図のような道がある。




次の場合の最短経路は何通りあるか。

(1) AからBまで行く。

(2) AからCを通ってBまで行く。

(3) AからCを通らずにBまで行く。

(4) AからCとDを通らずにBまで行く。

1　10人の生徒から2人の委員を選ぶ方法は何通りあるか。

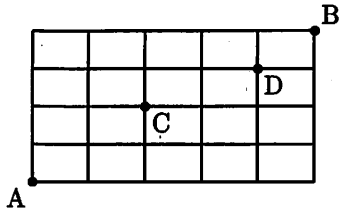
${}_{10}C_2 = \frac{10\times 9}{2\times 1} = 45$通り

2　MINAMIという単語の6文字全部を使ってできる文字列は，何通りか。

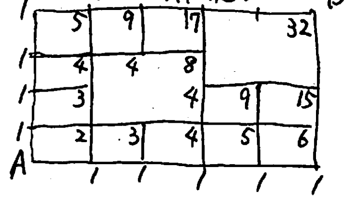
$\frac{6!}{2!2!1!1!} = \frac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{2\times2}$

$= 6\times5\times3\times2 = 180$通り

3　ある町には，下の図のような道がある。




(4)だけを解いた↓




次の場合の最短経路は何通りあるか。

(1) AからBまで行く。

→を5コ，↑を4コ並べる

(これは2と同じ「同じものを含む順列」です)

$\frac{9!}{5!4!} = \frac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1} = 126$通り

(2) AからCを通ってBまで行く。

$\frac{4!}{2!\times2!}\times\frac{5!}{3!\times2!} = 6\times10 = 60$通り

(AからCまで)×(CからBまで)

(3) AからCを通らずにBまで行く。

$126-60=66$通り

(4) AからCとDを通らずにBまで行く。

A→C→B は60通り

A→D→B は $\frac{7!}{4!3!}\times\frac{2!}{1!1!} = 35\times2 = 70$通り

A→C→D→Bは $\frac{4!}{2!2!}\times\frac{3!}{2!1!}\times\frac{2!}{1!1!} = 36$通り

よってAからCまたはDを通ってBまで行く経路は

$60+70-36=94$通り

AからCとDを通らずにBまで行く経路は

$126-94=32$通り

# ショートトライアル　場合の数と確率　9

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

**1**　10人の生徒からリレーの選手として第一走者と第二走者を選ぶ方法は何通りあるか。

**2**　9人の生徒から2人の委員を選ぶ方法は何通りあるか。

**3**　NANKOという単語の5文字全部を使ってできる文字列は，何通りか。

**4**　6人を2人ずつの3組に分ける分け方は何通りか。

**5**　p，h，o，n，eの5文字を並べたものをアルファベット順に並べる。次の問いに答えよ。

(1) 1番目と120番目は何か。

| 1番目 | 120番目 |
|---|---|

(2) nephoは何番目か。

(3) 84番目は何か。

**1**　10人の生徒からリレーの選手として第一走者と第二走者を選ぶ方法は何通りあるか。

$_{10}P_2 = 10 \times 9 = 90$ 通り

**2**　9人の生徒から2人の委員を選ぶ方法は何通りあるか。

$_9C_2 = \dfrac{9 \times 8}{2 \times 1} = 36$ 通り

**3**　NANKOという単語の5文字全部を使ってできる文字列は，何通りか。

$\dfrac{5!}{2!1!1!1!} = 60$ 通り

**4**　6人を2人ずつの3組に分ける分け方は何通りか。

$\dfrac{_6C_2 \times {_4C_2} \times {_2C_2}}{3!} = \dfrac{15 \times 6 \times 1}{6} = 15$ 通り

**5**　p，h，o，n，eの5文字を並べたものをアルファベット順に並べる。次の問いに答えよ。

(1) 1番目と120番目は何か。

e→1
h→2
n→3
o→4
p→5
とする

| 1番目 ehnop | 120番目 ponhe |
|---|---|

(2) nephoは何番目か。 → 31524は何番目か

1□□□□ → 4! = 24
2□□□□ → 4! = 24
312□□ → 2! = 2
314□□ → 2! = 2
31524は 24+24+2+2+1 = 53番目

(3) 84番目は何か。

1□□□□ → 4! = 24
2□□□□ → 4! = 24
3□□□□ → 4! = 24　ここまで72
41□□□ → 3! = 6　ここまで78
421□□ → 2! = 2　〃　80
423□□ → 2! = 2　〃　82
42513 が83番目
42531 が84番目なので ohpne

# ショートトライアル　場合の数と確率　１０　　＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

**1**　大人２人，子ども３人が１列に並ぶとき，つぎのような並び方は何通りあるか。

(1) 子ども３人が続いて並ぶ

(2) 大人と子どもが交互に並ぶ

**2**　白玉３個，赤玉５個入っている袋から，玉を３個同時に取り出す。次のような事象が起こる確率を求めよ。

(1) 白玉１個と赤玉２個が出る。

(2) ３個の玉が同じ色。

(3) 少なくとも１個は赤玉が出る。

**3**　３個の文字 a，b，c から重複を許して６個取る組合せの総数を求めよ。

**4**　等式 $x+y+z=7$ を満たす負でない整数 $x$，$y$，$z$ の組は全部で何個あるか。

---

**1**　大人２人，子ども３人が１列に並ぶとき，つぎのような並び方は何通りあるか。

(1) 子ども３人が続いて並ぶ

$\underbrace{大\ 大\ (子ども3人)}_{}$ 　3!　　3!

$3! \times 3! = 36$通り

(2) 大人と子どもが交互に並ぶ

子 大 子 大 子　　3!　　2!

$3! \times 2! = 12$通り

**2**　白玉３個，赤玉５個入っている袋から，玉を３個同時に取り出す。次のような事象が起こる確率を求めよ。

(1) 白玉１個と赤玉２個が出る。

$3 \to 1 \quad 5 \to 2$

$\dfrac{白1 \times 赤2}{全体} = \dfrac{{}_3C_1 \times {}_5C_2}{{}_8C_3} = \dfrac{3 \times 10}{56} = \dfrac{15}{28}$

$8 \to 3$

(2) ３個の玉が同じ色。

$\dfrac{白3}{全体} + \dfrac{赤3}{全体} = \dfrac{{}_3C_3}{{}_8C_3} + \dfrac{{}_5C_3}{{}_8C_3} = \dfrac{1}{56} + \dfrac{10}{56}$

$= \dfrac{11}{56}$

(3) 少なくとも１個は赤玉が出る。

$1 - \dfrac{白3}{全体} = 1 - \dfrac{{}_3C_3}{{}_8C_3} = 1 - \dfrac{1}{56} = \dfrac{55}{56}$

**3**　３個の文字 a，b，c から重複を許して６個取る組合せの総数を求めよ。

‖(しきり)を2個，○(マル)を6個 並べる総数と等しいので

$\dfrac{8!}{2!6!} = \dfrac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$通り

例　○○‖○‖○○○ → aが2つ，bが1つ，cが3つ．

**4**　等式 $x+y+z=7$ を満たす負でない整数 $x$，$y$，$z$ の組は全部で何個あるか。

$x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ z \geqq 0$

‖(しきり)を2個，○(マル)を7個 並べる総数と等しいので

$\dfrac{9!}{2!7!} = \dfrac{9 \times 8}{2 \times 1} = 36$通り

例　○○○○‖○○‖○ → $x=4,\ y=2,\ z=1$

‖○○○‖○○○○ → $x=0,\ y=3,\ z=4$

Point　重複組合せは‖(しきり)と○(マル)を使って，その問題をどのように表現するか考える事!!

# ショートトライアル　場合の数と確率　１１　　＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ 袋Ａには白玉４個，赤玉６個，袋Ｂには白玉５個，赤玉３個が入っている。袋Ａ，袋Ｂから玉を１個ずつ取り出すとき，取り出した２個の玉が同じ色である確率を求めよ。

$\boxed{2}$ １個のさいころを３回続けて投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) １回目に４の目，２回目に奇数，３回目に２以下の目が出る確率。

(2) 少なくとも１回は５以上の目が出る確率。

(3) 出た目の最大値が４となる確率

$\boxed{3}$ ５個の数字１，２，３，４，５を使ってできる，次のような整数は何個あるか。ただし，同じ数字は２度以上使わないものとする。

(1) ４桁の整数

(2) ４桁の整数で3200より小さいもの

$\boxed{1}$ 袋Ａには白玉４個，赤玉６個，袋Ｂには白玉５個，赤玉３個が入っている。袋Ａ，袋Ｂから玉を１個ずつ取り出すとき，取り出した２個の玉が同じ色である確率を求めよ。

(Aから白)(Bから白)　(Aから赤)(Bから赤)

$$\frac{4}{10}\times\frac{5}{8}+\frac{6}{10}\times\frac{3}{8}$$

$$=\frac{20}{80}+\frac{18}{80}=\frac{38}{80}=\frac{19}{40}$$

$\boxed{2}$ １個のさいころを３回続けて投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) １回目に４の目，２回目に奇数，３回目に２以下の目が出る確率。

$$\frac{1}{6}\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{36}$$

(2) 少なくとも１回は５以上の目が出る確率。

$$1-\underbrace{\left(\frac{4}{6}\right)^3}_{\text{5以上が出ない}}=1-\frac{8}{27}=\frac{19}{27}$$

(3) 出た目の最大値が４となる確率

$$\left(\frac{4}{6}\right)^3-\left(\frac{3}{6}\right)^3=\frac{64-27}{216}=\frac{37}{216}$$

最大値が4以下　1～4が3回出る

最大値が3以下　1～3が3回出る

$\boxed{3}$ ５個の数字１，２，３，４，５を使ってできる，次のような整数は何個あるか。ただし，同じ数字は２度以上使わないものとする。

(1) ４桁の整数

$${}_5P_4=5\times4\times3\times2=120$$個

(2) ４桁の整数で3200より小さいもの

1□□□　${}_4P_3=24$コ

2□□□　${}_4P_3=24$コ

31□□　${}_3P_2=6$コ

$24+24+6=54$個

# ショートトライアル　場合の数と確率　１２　　＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

**1**　1個のさいころを3回続けて投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) 1回目に2の目以上，2回目に3の目，3回目に偶数の目が出る確率。

(2) 少なくとも1回は奇数の目が出る確率。

(3) 出た目の最小値が4となる確率

**2**　白玉4個，赤玉2個が入っている袋から玉を1個取り出し，色を調べてからもとに戻す。この試行を5回続けて行う時，次の確率を求めよ。

(1) 白玉が4回以上出る確率

(2) 5回目に2回目の白玉が出る確率

**3**　6人を次のようにする方法は何通りあるか。

(1) 2人，2人，2人の3組に分ける

(2) 3人ずつの2組に分ける

**1**　1個のさいころを3回続けて投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) 1回目に2の目以上，2回目に3の目，3回目に偶数の目が出る確率。

$$\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{5}{72}$$

(2) 少なくとも1回は奇数の目が出る確率。

$$1-\underbrace{\left(\frac{3}{6}\right)^3}_{\text{奇数の目が出ない}}=\frac{7}{8}$$

(3) 出た目の最小値が4となる確率

$$\underbrace{\left(\frac{3}{6}\right)^3}_{\text{最小値が4以上 4〜6が出る}}-\underbrace{\left(\frac{2}{6}\right)^3}_{\text{最小値が5以上 5,6が出る}}=\frac{27-8}{216}=\frac{19}{216}$$

**2**　白玉4個，赤玉2個が入っている袋から玉を1個取り出し，色を調べてからもとに戻す。この試行を5回続けて行う時，次の確率を求めよ。

(1) 白玉が4回以上出る確率

$${}_5C_4\left(\frac{4}{6}\right)^4\left(\frac{2}{6}\right)^1+\left(\frac{4}{6}\right)^5$$

$$=5\times\frac{16}{3^5}+\frac{2^5}{3^5}=\frac{80+32}{3^5}=\frac{112}{243}$$

(2) 5回目に2回目の白玉が出る確率

$$\underbrace{{}_4C_1\left(\frac{4}{6}\right)^1\left(\frac{2}{6}\right)^3}_{\text{4回試行して白玉が1回出る}}\times\underbrace{\frac{4}{6}}_{\text{5回目に白玉}}=4\times\frac{2}{3^4}\times\frac{2}{3}=\frac{16}{243}$$

**3**　6人を次のようにする方法は何通りあるか。

(1) 2人，2人，2人の3組に分ける

$$\frac{{}_6C_2\times{}_4C_2\times{}_2C_2}{3!}=\frac{15\times6\times1}{6}=15\text{通り}$$

(2) 3人ずつの2組に分ける

$$\frac{{}_6C_3\times{}_3C_3}{2!}=\frac{20\times1}{2}=10\text{通り}$$

# ショートトライアル　場合の数と確率　１３

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

1　ある鉄道の乗客のうち，全体の 45% が定期券利用者で，全体の 10% が学生の定期券利用者である。定期券利用者の中から１人を選び出すとき，その人が学生である確率を求めよ。

2　A と B，2 つの野球チームが繰り返し対戦し，先に 3 回勝ったチームを優勝とする。各試合で A が B に勝つ確率を $\frac{2}{3}$ とし，引き分けはないものとする。次の問いに答えよ。

(1) A が初戦から 3 連勝で優勝する確率を求めよ。

(2) A が 3 勝 2 敗で優勝する確率を求めよ。

(3) B が優勝する確率を求めよ。

(4) A が初戦から 2 連勝した。この後，A が優勝する確率を求めよ。

3　1 個のさいころを 4 回続けて投げるとき，偶数の目が 2 回，1 または 3 の目が 1 回，5 の目が 1 回出る確率を求めよ。

1　ある鉄道の乗客のうち，全体の 45% が定期券利用者で，全体の 10% が学生の定期券利用者である。定期券利用者の中から１人を選び出すとき，その人が学生である確率を求めよ。

(定期券利用という条件で学生である確率) = $\dfrac{\text{定期券利用かつ学生}}{\text{定期券利用}}$

point 条件は分母

$= \dfrac{\frac{10}{100}}{\frac{45}{100}} = \dfrac{10}{45} = \dfrac{2}{9}$ //

2　A と B，2 つの野球チームが繰り返し対戦し，先に 3 回勝ったチームを優勝とする。各試合で A が B に勝つ確率を $\frac{2}{3}$ とし，引き分けはないものとする。次の問いに答えよ。

(1) A が初戦から 3 連勝で優勝する確率を求めよ。

$\left(\dfrac{2}{3}\right)^3 = \dfrac{8}{27}$ //

(2) A が 3 勝 2 敗で優勝する確率を求めよ。

${}_4C_2\left(\dfrac{2}{3}\right)^2\left(\dfrac{1}{3}\right)^2 \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{16}{81}$ //

(4戦して A の2勝2敗)×(A勝ち)

(3) B が優勝する確率を求めよ。

(Aの3勝1敗優勝) $= {}_3C_2\left(\dfrac{2}{3}\right)^2\left(\dfrac{1}{3}\right)^2 \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{24}{81}$

(Bの優勝) = 1 − (Aの優勝)

$= 1 - \left(\dfrac{8}{27} + \dfrac{16}{81} + \dfrac{24}{81}\right) = \dfrac{17}{81}$ //

(4) A が初戦から 2 連勝した。この後，A が優勝する確率を求めよ。

B が 2 連敗から優勝する確率は $\left(\dfrac{1}{3}\right)^3 = \dfrac{1}{27}$

よって $1 - \dfrac{1}{27} = \dfrac{26}{27}$ //

3　1 個のさいころを 4 回続けて投げるとき，偶数の目が 2 回，1 または 3 の目が 1 回，5 の目が 1 回出る確率を求めよ。

$\dfrac{4!}{2!1!1!}\left(\dfrac{3}{6}\right)^2\left(\dfrac{2}{6}\right)^1\left(\dfrac{1}{6}\right)^1 = \dfrac{1}{6}$ //

偶 偶 1 or 3 5 を並べる

# ショートトライアル　場合の数と確率　１４　＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$　１個のさいころを６回続けて投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) ３の倍数の目がちょうど２回出る確率

(2) 奇数の目が３回，２の目が１回，４または６の目が２回出る確率

$\boxed{2}$　ある工場では同じ製品をＡ，Ｂの２つの機械で製造しているが，不良品が現れる確率はＡ機械の製品では4%，Ｂ機械の製品では7%である。また，Ａ製品とＢ製品で製造する製品の割合は５：３である。いま，製品の中から１個取り出して不良品であったとき，それがＡ機械の製品である確率を求めよ。

$\boxed{3}$　４人を，３つの部屋Ａ，Ｂ，Ｃに入れる方法は何通りあるか。ただし，一人も入らない部屋があってもよいものとする。

$\boxed{1}$　１個のさいころを６回続けて投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) ３の倍数の目がちょうど２回出る確率

$${}_6C_2\left(\frac{2}{6}\right)^2\left(\frac{4}{6}\right)^4 = 15\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^4$$

$$= \underline{\frac{80}{243}}\,//$$

(2) 奇数の目が３回，２の目が１回，４または６の目が２回出る確率

$$\underbrace{\frac{6!}{3!\,1!\,2!}}\left(\frac{3}{6}\right)^3\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{2}{6}\right)^2 = \underline{\frac{5}{36}}\,//$$

$\boxed{奇}\boxed{奇}\boxed{奇}\boxed{2}\boxed{4/6}\boxed{4/6}$ を並べる

$\boxed{2}$　ある工場では同じ製品をＡ，Ｂの２つの機械で製造しているが，不良品が現れる確率はＡ機械の製品では4%，Ｂ機械の製品では7%である。また，Ａ製品とＢ製品で製造する製品の割合は５：３である。いま，製品の中から１個取り出して不良品であったとき，それがＡ機械の製品である確率を求めよ。

$$\left(\begin{array}{c}\text{不良品である条件で}\\ \text{A機械である確率}\end{array}\right) = \frac{\text{不良品 かつ A機械}}{\text{不良品である}} \cdots ①$$

条件は分母

point この分母を求めればすべて解決!!

$$\left(\begin{array}{c}\text{不良品である}\\ \text{確率}\end{array}\right) = (\text{Aで不良品}) + (\text{Bで不良品})$$

$$= \frac{5}{8}\times\frac{4}{100} + \frac{3}{8}\times\frac{7}{100}$$

$$= \frac{20}{800} + \frac{21}{800} = \frac{41}{800}$$

①より求める条件付き確率は

$$\frac{\frac{20}{800}}{\frac{41}{800}} = \underline{\frac{20}{41}}\,//$$

$\boxed{3}$　４人を，３つの部屋Ａ，Ｂ，Ｃに入れる方法は何通りあるか。ただし，一人も入らない部屋があってもよいものとする。

$3^4 = \underline{81通り}\,//$

# ショートトライアル　場合の数と確率　１５　　＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

**1**　10 本中当たりくじが 4 本のくじがある。このくじから同時に 3 本を引くとき，次の確率を求めよ。

(1) 2 本の当たりと 1 本のはずれを引く確率

(2) 少なくとも 1 本当たる確率

**2**　1 個のさいころを投げて，1 の目が出ると 1000 円，2 または 3 の目が出ると 400 円，4 以上の目が出ると 100 円の賞金が得られる。この試行において，さいころを 1 回投げて得られる賞金額の期待値を求めよ。

**3**　ある病原菌の検査試薬は，病原菌に感染しているのに誤って陰性と判断する確率が 2%，感染していないのに誤って陽性と判断する確率が 5% である。全体の 10% が病原菌に感染している集団から 1 つの個体を取り出して陽性だったときに，実際は病原菌に感染していない確率を求めよ。

**1**　10 本中当たりくじが 4 本のくじがある。このくじから同時に 3 本を引くとき，次の確率を求めよ。

(1) 2 本の当たりと 1 本のはずれを引く確率

$$\frac{(\text{当}\overset{4\to 2}{2})\times(\text{は}\overset{6\to 1}{1})}{\underset{10\to 3}{(\text{全体})}} = \frac{{}_4C_2\times{}_6C_1}{{}_{10}C_3} = \frac{6\times 6}{120} = \underline{\frac{3}{10}}\,/\!/$$

(2) 少なくとも 1 本当たる確率

$$1-\frac{\overset{6\to 3}{(\text{は}3)}}{\underset{10\to 3}{(\text{全体})}} = 1-\frac{{}_6C_3}{{}_{10}C_3} = 1-\frac{20}{120} = \underline{\frac{5}{6}}\,/\!/$$

**2**　1 個のさいころを投げて，1 の目が出ると 1000 円，2 または 3 の目が出ると 400 円，4 以上の目が出ると 100 円の賞金が得られる。この試行において，さいころを 1 回投げて得られる賞金額の期待値を求めよ。

| X | 1000 | 400 | 100 | 計 |
|---|---|---|---|---|
| P | $\frac{1}{6}$ | $\frac{2}{6}$ | $\frac{3}{6}$ | 1 |
| ×P | $\frac{1000}{6}$ | $\frac{800}{6}$ | $\frac{300}{6}$ | $\frac{2100}{6}$ |

求める期待値は $\frac{2100}{6} = \underline{350円}\,/\!/$

**3**　ある病原菌の検査試薬は，病原菌に感染しているのに誤って陰性と判断する確率が 2%，感染していないのに誤って陽性と判断する確率が 5% である。全体の 10% が病原菌に感染している集団から 1 つの個体を取り出して陽性だったときに，実際は病原菌に感染していない確率を求めよ。

$$\begin{pmatrix}\text{陽性である条件で}\\\text{感染していない確率}\end{pmatrix} = \frac{\text{陽性である かつ 感染していない}}{\text{陽性である}} \cdots\cdots ①$$

(条件は分母)

この分母を求めればすべて解決

$$\begin{pmatrix}\text{陽性である}\\\text{確率}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{感染している}\\\text{かつ 陽性}\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}\text{感染していない}\\\text{かつ 陽性}\end{pmatrix}$$

$$= \frac{10}{100}\times\frac{98}{100} + \frac{90}{100}\times\frac{5}{100}$$

$$= \frac{980}{10000} + \frac{450}{10000} = \frac{1430}{10000}$$

① より求める条件付き確率は

$$\frac{\frac{450}{10000}}{\frac{1430}{10000}} = \frac{450}{1430} = \underline{\frac{45}{143}}\,/\!/$$

# ショートトライアル　場合の数と確率　１６

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

**1**　赤玉４個，白玉２個が入っている袋がある。この袋から玉を２個同時に取り出し，取り出された赤玉１個について賞金 100 円を受けるゲームがある。このゲームを１回行ったときの賞金の期待値を求めよ。

(小数第1位まで)

**2**　数直線上を動く点Ｐが原点の位置にある。１個のさいころを投げて，偶数が出たときには数直線上の点Ｐは正の向きに１だけ進み，奇数が出たときにはＰは負の向きに２だけ進む。さいころを５回続けて投げたとき，点Ｐの座標が −1 である確率を求めよ。

**3**　当たりくじ３本を含む８本のくじの中から，引いたくじはもとに戻さないで，１本ずつ２回続けてくじを引く。このとき次の確率を求めよ。

(1) ２本とも当たる確率

(2) ２回目に引いたくじが当たりであったとき，１回目に引いたくじがはずれである確率

**1**　赤玉４個，白玉２個が入っている袋がある。この袋から玉を２個同時に取り出し，取り出された赤玉１個について賞金 100 円を受けるゲームがある。このゲームを１回行ったときの賞金の期待値を求めよ。

賞金をXとすると $X = 0, 100, 200$

$P(X=0) = \dfrac{白2}{全体} = \dfrac{{}_2C_2}{{}_6C_2} = \dfrac{1}{15}$

$P(X=100) = \dfrac{赤1 \times 白1}{全体} = \dfrac{{}_4C_1 \times {}_2C_1}{{}_6C_2} = \dfrac{8}{15}$

$P(X=200) = \dfrac{赤2}{全体} = \dfrac{{}_4C_2}{{}_6C_2} = \dfrac{6}{15}$

| X | 0 | 100 | 200 | 計 |
|---|---|---|---|---|
| P | $\frac{1}{15}$ | $\frac{8}{15}$ | $\frac{6}{15}$ | 1 |
| xP | $\frac{0}{15}$ | $\frac{800}{15}$ | $\frac{1200}{15}$ | $\frac{2000}{15}$ |

求める期待値は $\dfrac{2000}{15} = \dfrac{400}{3} = 133.3$円

**2**　数直線上を動く点Ｐが原点の位置にある。１個のさいころを投げて，偶数が出たときには数直線上の点Ｐは正の向きに１だけ進み，奇数が出たときにはＰは負の向きに２だけ進む。さいころを５回続けて投げたとき，点Ｐの座標が −1 である確率を求めよ。

偶数が出た回数をrとすると奇数は5−r回出る

5回さいころを投げた後に点Pは−1だから

$1 \times r + (-2) \times (5-r) = -1$ より $r = 3$

求める確率は ${}_5C_3\left(\dfrac{1}{2}\right)^3\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{5}{16}$

**3**　当たりくじ３本を含む８本のくじの中から，引いたくじはもとに戻さないで，１本ずつ２回続けてくじを引く。このとき次の確率を求めよ。

(1) ２本とも当たる確率

$\dfrac{3}{8} \times \dfrac{2}{7} = \dfrac{3}{28}$

(2) ２回目に引いたくじが当たりであったとき，１回目に引いたくじがはずれである確率

条件は分母

$\left(\begin{array}{l}2回目当たりの条件で\\1回目はずれの確率\end{array}\right) = \dfrac{(2回目当たり)かつ(1回目はずれ)}{(2回目当たり)} \cdots ①$

$(2回目当たりの確率) = \left(\begin{array}{l}1回目当たり\\2回目当たり\end{array}\right) + \left(\begin{array}{l}1回目はずれ\\2回目当たり\end{array}\right)$

$= \dfrac{3}{8} \times \dfrac{2}{7} + \dfrac{5}{8} \times \dfrac{3}{7} = \dfrac{21}{56}$

①より求める条件付き確率は

$\left(\dfrac{5}{8} \times \dfrac{3}{7}\right) \div \dfrac{21}{56} = \dfrac{15}{21} = \dfrac{5}{7}$