ショートトライアル　２次関数　１

____組____番　氏名____________

1　次の関数の軸の方程式と頂点の座標を求め，グラフをかけ。

(1) $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2$

軸	頂点

(2) $y=2x^2-3$

軸	頂点

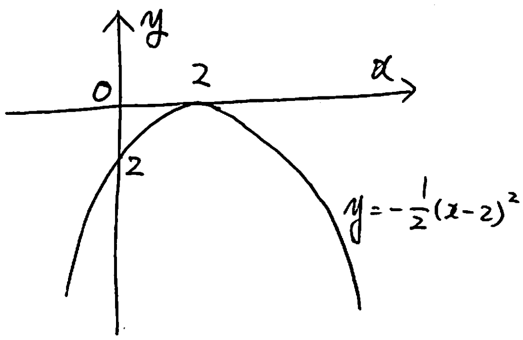
(3) $y=-2(x+5)^2+4$

軸	頂点

1　次の関数の軸の方程式と頂点の座標を求め，グラフをかけ。

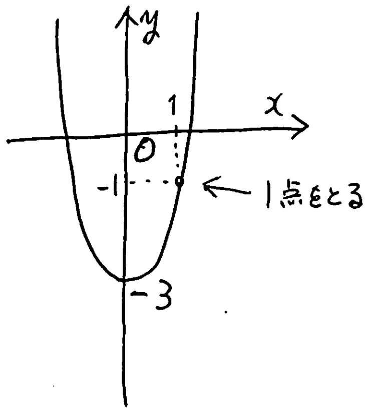
(1) $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2$

軸 $x=2$	頂点 $(2, 0)$



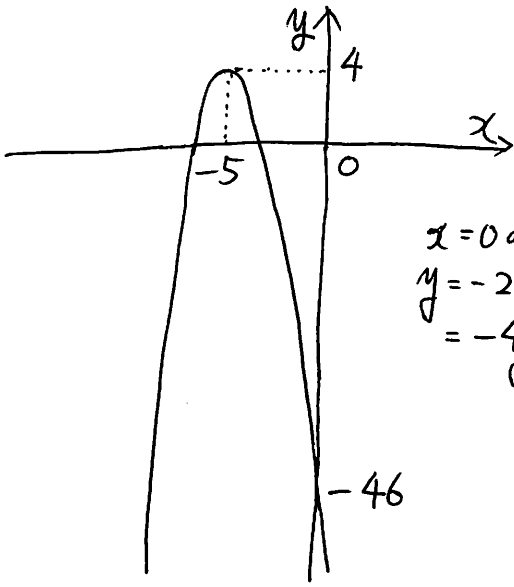
(2) $y=2x^2-3$

軸 $x=0$	頂点 $(0, -3)$



(3) $y=-2(x+5)^2+4$

軸 $x=-5$	頂点 $(-5, 4)$



$x=0$ のとき
$y=-2\times25+4$
$=-46$
(y切片)

ショートトライアル　２次関数　２

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

1 次の関数の軸の方程式と頂点の座標を求め，グラフをかけ。

(1) $y = 2x^2 - 8x + 5$

軸	頂点

(2) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$

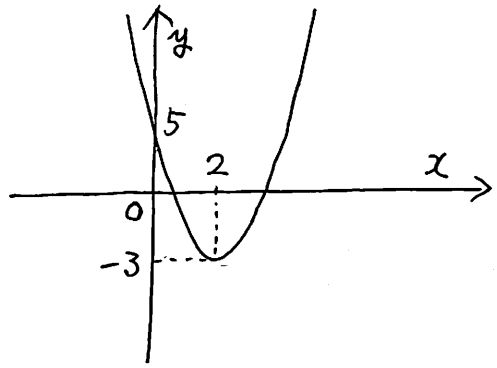
軸	頂点

1 次の関数の軸の方程式と頂点の座標を求め，グラフをかけ。

(1) $y = 2x^2 - 8x + 5$

軸　$x = 2$	頂点　$(2, -3)$

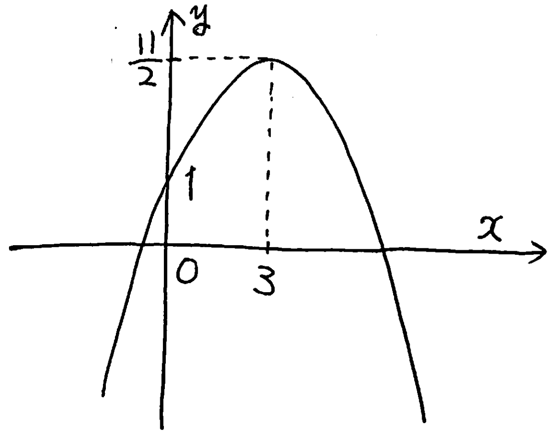
$$
\begin{aligned}
y &= 2(x^2 - 4x) + 5 \\
&= 2\{(x-2)^2 - 4\} + 5 \\
&= 2(x-2)^2 - 8 + 5 \\
&= 2(x-2)^2 - 3
\end{aligned}
$$



(2) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 1$

軸　$x = 3$	頂点　$\left(3, \frac{11}{2}\right)$

$$
\begin{aligned}
y &= -\frac{1}{2}(x^2 - 6x) + 1 \\
&= -\frac{1}{2}\{(x-3)^2 - 9\} + 1 \\
&= -\frac{1}{2}(x-3)^2 + \frac{9}{2} + 1 \\
&= -\frac{1}{2}(x-3)^2 + \frac{11}{2}
\end{aligned}
$$



ショートトライアル　2次関数　3

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ 次の2次関数を平方完成して，放物線の凸性（上に凸か下に凸か）を選択し，軸の方程式と頂点の座標を求めよ。ただし，a は定数とする。

(1) $y = x^2 - x + 1$

上に凸　or　下に凸　← ○マルをつけよ

軸	頂点

(2) $y = -3x^2 + 6x - 2$

上に凸　or　下に凸　← ○マルをつけよ

軸	頂点

(3) $y = 2x^2 - (a+1)x - a^2 + 3a$

上に凸　or　下に凸　← ○マルをつけよ

軸	頂点

$\boxed{1}$ 次の2次関数を平方完成して，放物線の凸性（上に凸か下に凸か）を選択し，軸の方程式と頂点の座標を求めよ。ただし，a は定数とする。

(1) $y = x^2 - x + 1$

$$y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1$$
$$= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

上に凸　or　下に凸

軸	頂点
$x = \frac{1}{2}$	$\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$

(2) $y = -3x^2 + 6x - 2$

$$y = -3(x^2 - 2x) - 2$$
$$= -3\{(x-1)^2 - 1\} - 2$$
$$= -3(x-1)^2 + 3 - 2$$
$$= -3(x-1)^2 + 1$$

上に凸　or　下に凸

軸	頂点
$x = 1$	$(1, 1)$

(3) $y = 2x^2 - (a+1)x - a^2 + 3a$

$$y = 2\left(x^2 - \frac{a+1}{2}x\right) - a^2 + 3a$$
$$= 2\left\{\left(x - \frac{a+1}{4}\right)^2 - \frac{(a+1)^2}{16}\right\} - a^2 + 3a$$
$$= 2\left(x - \frac{a+1}{4}\right)^2 - \frac{(a+1)^2}{8} - a^2 + 3a$$
$$= 2\left(x - \frac{a+1}{4}\right)^2 + \frac{-a^2 - 2a - 1 - 8a^2 + 24a}{8}$$
$$= 2\left(x - \frac{a+1}{4}\right)^2 + \frac{-9a^2 + 22a - 1}{8}$$

上に凸　or　下に凸

軸	頂点
$x = \frac{a+1}{4}$	$\left(\frac{a+1}{4}, \frac{-9a^2+22a-1}{8}\right)$

ショートトライアル　２次関数　４

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$　放物線 $y=-2x^2+x-1$ を，x 軸方向に -2，y 軸方向に 3 だけ平行移動して得られる放物線の方程式を求めよ。

$\boxed{2}$　次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(1) $y=x^2-5x-2$

(2) $y=-2x^2-8x-3\quad(-3 \leqq x < 0)$

(3) $y=x^2-2x+3\quad(-1 \leqq x \leqq 2)$

$\boxed{1}$　放物線 $y=-2x^2+x-1$ を，x 軸方向に -2，y 軸方向に 3 だけ平行移動して得られる放物線の方程式を求めよ。

$y-3=-2(x+2)^2+(x+2)-1$

整理すると　$y=-2x^2-7x-4$ //

point

x に $x-p$ 代入

y に $y-q$ 代入

$y=f(x)$ を x 軸方向に p，
y 軸方向に q だけ平行移動すると
$y-q=f(x-p)$

$\boxed{2}$　次の関数の最大値と最小値を求めよ。

(1) $y=x^2-5x-2$

$y=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{25}{4}-2$

$=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2-\frac{33}{4}$

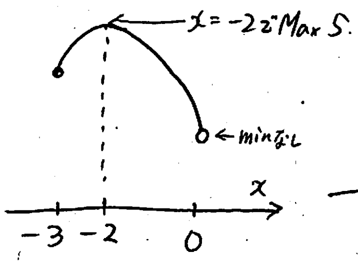
$x=\frac{5}{2}$ で最小値 $-\frac{33}{4}$，最大値なし //

(2) $y=-2x^2-8x-3\quad(-3 \leqq x < 0)$

$y=-2(x^2+4x)-3=-2\{(x+2)^2-4\}-3$

$=-2(x+2)^2+8-3$

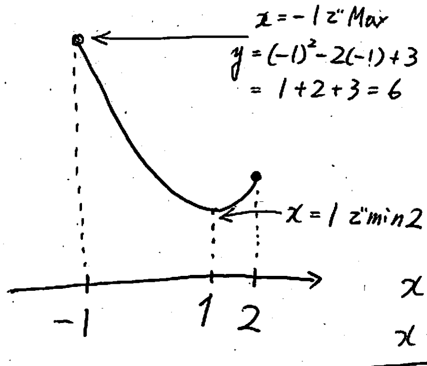
$=-2(x+2)^2+5$



$x=-2$ で最大値 5
最小値なし //

(3) $y=x^2-2x+3\quad(-1 \leqq x \leqq 2)$

$y=(x-1)^2+2$



$x=-1$ で最大値 6
$x=1$ で最小値 2 //

ショートトライアル　２次関数　５　　____組____番　氏名____________

$\boxed{1}$ 放物線 $y=2x^2-8x+3$ を，x 軸，y 軸，原点に関して，それぞれ対称移動して得られる放物線の方程式を求めよ。

$\boxed{2}$ a を正の定数とする。$0 \leqq x \leqq a$ における関数 $f(x)=-x^2+4x-1$ について，次の問いに答えよ。

(1) 最小値を求めよ。

(2) 最大値を求めよ。

$\boxed{1}$ 放物線 $y=2x^2-8x+3$ を，x 軸，y 軸，原点に関して，それぞれ対称移動して得られる放物線の方程式を求めよ。

x軸 → $-y=2x^2-8x+3$

$\therefore y=-2x^2+8x-3$ //

y軸 → $y=2(-x)^2-8(-x)+3$

$\therefore y=2x^2+8x+3$ //

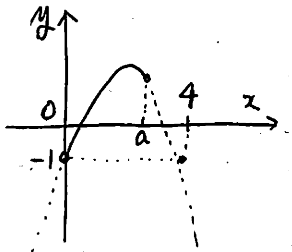
原点 → $-y=2(-x)^2-8(-x)+3$

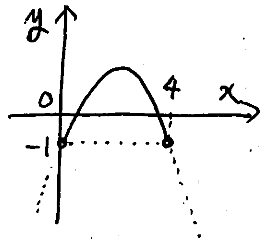
$\therefore y=-2x^2-8x-3$ //

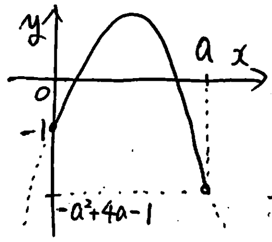
$\boxed{2}$ a を正の定数とする。$0 \leqq x \leqq a$ における関数 $f(x)=-x^2+4x-1$ について，次の問いに答えよ。

(1) 最小値を求めよ。 $f(x)=-(x-2)^2+3$

$f(0)=-1$ であり $-x^2+4x-1=-1$ を解くと $x=0,4$





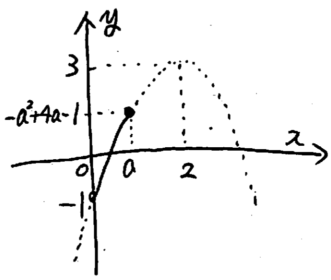


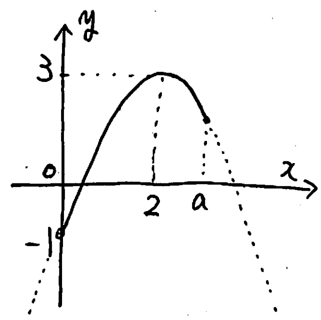
$0<a<4$ のとき $x=0$ で最小値 -1

$a=4$ のとき $x=0, 4$ で最小値 -1

$4<a$ のとき $x=a$ で最小値 $-a^2+4a-1$ //

(2) 最大値を求めよ。





$0<a<2$ のとき $x=a$ で最大値 $-a^2+4a-1$

$2 \leqq a$ のとき $x=2$ で最大値 3 //

ショートトライアル　2次関数　6

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

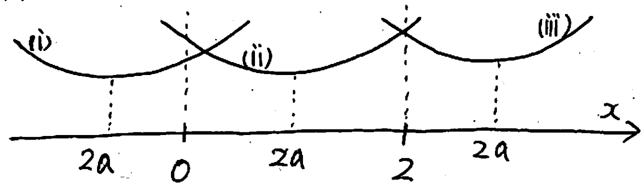
1　a を定数とする。$0 \leqq x \leqq 2$ における関数 $f(x) = x^2 - 4ax - 3a + 2$ について，次の問いに答えよ。

(1) 最小値を求めよ。

(2) 最大値を求めよ。

1　a を定数とする。$0 \leqq x \leqq 2$ における関数 $f(x) = x^2 - 4ax - 3a + 2$ について，次の問いに答えよ。　$f(x) = (x-2a)^2 - 4a^2 - 3a + 2$

(1) 最小値を求めよ。



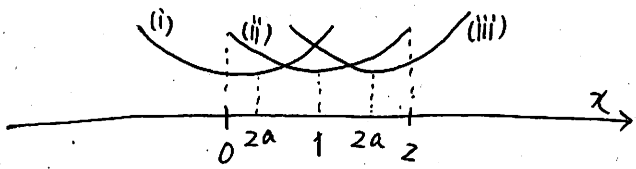
(i) $2a<0$ すなわち $a<0$ のとき
($x=0$ で min)
$f(0) = -3a+2$

(ii) $0 \leqq 2a \leqq 2$
すなわち
$0 \leqq a \leqq 1$ のとき
($x=2a$ で min)
$f(2a) = -4a^2 - 3a + 2$

(iii) $2 < 2a$
すなわち $1 < a$ のとき
$x=2$ で min
$f(2) = 4 - 8a - 3a + 2$
$= -11a + 6$

$a<0$ のとき $x=0$ で最小値 $-3a+2$
$0 \leqq a \leqq 1$ のとき $x=2a$ で最小値 $-4a^2-3a+2$
$1<a$ のとき $x=2$ で最小値 $-11a+6$ //

(2) 最大値を求めよ。



(i) $2a<1$
すなわち
$a<\frac{1}{2}$
のとき
$x=2$ で Max
$f(2) = -11a+6$

(ii) $2a=1$
すなわち
$a=\frac{1}{2}$
のとき
$x=0,\ 2$
$f(0) = -3a+2$
$= -3\times\frac{1}{2}+2 = \frac{1}{2}$

(iii) $1<2a$
すなわち
$\frac{1}{2}<a$
のとき
$x=0$ で Max
$f(0) = -3a+2$

$a<\frac{1}{2}$ のとき $x=2$ で最大値 $-11a+6$
$a=\frac{1}{2}$ のとき $x=0,\ 2$ で最大値 $\frac{1}{2}$
$a>\frac{1}{2}$ のとき $x=0$ で最大値 $-3a+2$ //

ショートトライアル　２次関数　７

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　a を定数とする。$a \leqq x \leqq a+2$ における関数 $f(x)=-x^2+3x+1$ について，次の問いに答えよ。

(1) 最小値を求めよ。

(2) 最大値を求めよ。

1　a を定数とする。$a \leqq x \leqq a+2$ における関数 $f(x)=-x^2+3x+1$ について，次の問いに答えよ。

(1) 最小値を求めよ。

$f(x)=-(x^2-3x)+1=-\left\{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}\right\}+1$

$=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{13}{4}$

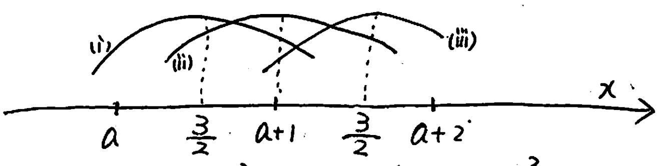
$f(a)=-a^2+3a+1$

$f(a+2)=-(a+2)^2+3(a+2)+1$

$=-a^2-4a-4+3a+6+1$

$=-a^2-a+3$

$\boxed{a \text{ と } a+2 \text{ の中央は } \frac{a+(a+2)}{2}=a+1}$



(i) $\frac{3}{2}<a+1$ すなわち $\frac{1}{2}<a$ のとき

$x=a+2$ で min

$f(a+2)=-a^2-a+3$

(ii) $\frac{3}{2}=a+1$ すなわち $a=\frac{1}{2}$ のとき

$x=a,\ a+2$

$=\frac{1}{2},\ \frac{5}{2}$ で min

$f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{4}+\frac{3}{2}+1=\frac{9}{4}$

(iii) $a+1<\frac{3}{2}$ すなわち $a<\frac{1}{2}$ のとき

$x=a$ で min

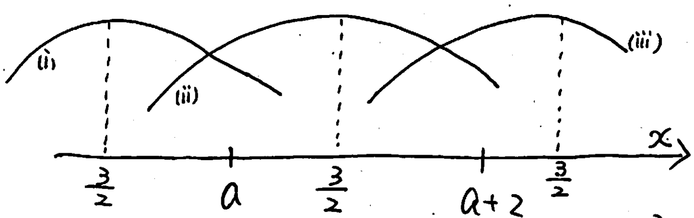
$f(a)=-a^2+3a+1$

$\frac{1}{2}<a$ のとき $x=a+2$ で最小値 $-a^2-a+3$

$a=\frac{1}{2}$ のとき，$x=\frac{1}{2},\ \frac{5}{2}$ で最小値 $\frac{9}{4}$

$a<\frac{1}{2}$ のとき $x=a$ で最小値 $-a^2+3a+1$ //

(2) 最大値を求めよ。



(i) $\frac{3}{2}<a$ のとき

$x=a$ で Max

$f(a)=-a^2+3a+1$

(ii) $a \leqq \frac{3}{2} \leqq a+2$ より

$\begin{cases} a \leqq \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} \leqq a+2 \to -\frac{1}{2} \leqq a \end{cases}$

すなわち $-\frac{1}{2} \leqq a \leqq \frac{3}{2}$ のとき

$x=\frac{3}{2}$ で Max $\frac{13}{4}$

(iii) $a+2<\frac{3}{2}$ すなわち $a<-\frac{1}{2}$ のとき

$x=a+2$ で Max

$f(a+2)=-a^2-a+3$

$\frac{3}{2}<a$ のとき $x=a$ で最大値 $-a^2+3a+1$

$-\frac{1}{2} \leqq a \leqq \frac{3}{2}$ のとき $x=\frac{3}{2}$ で最大値 $\frac{13}{4}$

$a<-\frac{1}{2}$ のとき $x=a+2$ で最大値 $-a^2-a+3$ //

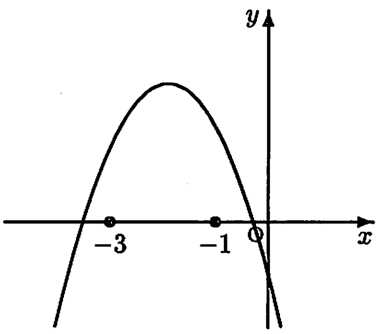
ショートトライアル　2次関数　8

____組____番　氏名____________

$\boxed{1}$　$a \neq 0$ とする。2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ を平方完成し，軸の方程式と頂点の座標を求めよ。

軸	頂点

$\boxed{2}$　2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが下のようになるとき次の値の符号を調べよ。



(1) a

(2) b

(3) c

(4) $b^2 - 4ac$

(5) $a + b + c$

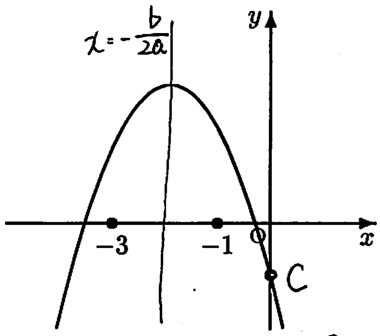
(6) $4a - 2b + c$

$\boxed{1}$　$a \neq 0$ とする。2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ を平方完成し，軸の方程式と頂点の座標を求めよ。

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$
$$= a\left\{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2}\right\} + c$$
$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$$
$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$$

軸 $x = -\dfrac{b}{2a}$	頂点 $\left(-\dfrac{b}{2a}, \dfrac{-b^2+4ac}{4a}\right)$

$\boxed{2}$　2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが下のようになるとき次の値の符号を調べよ。



(1) a　上に凸の関数なので $a < 0$

(2) b　軸 < 0 より $-\dfrac{b}{2a} < 0$ より $\dfrac{b}{2a} > 0$

(1)より $a < 0$ だから $\dfrac{b}{2a} \times 2a < 0 \times 2a$

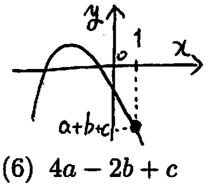
$b < 0$

(3) c　y 切片は負なので $c < 0$

(4) $b^2 - 4ac$　x 軸と2個の共有点をもつので $(D > 0)$

$b^2 - 4ac > 0$

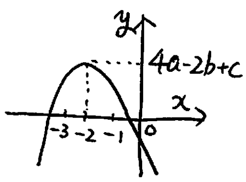
(5) $a + b + c$　$f(1) = a + b + c$



グラフより $f(1) < 0$ だから

$a + b + c < 0$

(6) $4a - 2b + c$　$f(-2) = 4a - 2b + c$



グラフより $f(-2) > 0$ だから

$4a - 2b + c > 0$

ショートトライアル　２次関数　９

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

1　２次関数のグラフが，３点 $(-1,\ 0)$，$(2,\ 3)$，$(3,\ -4)$ を通るとき，その２次関数を求めよ。

2　２次方程式 $x^2-6x+m=0$ が異なる２つの実数解をもつように，定数 m の値の範囲を求めよ。

3　次の不等式を解け。

(1) $3x^2-4x+1 \geqq 0$

(2) $2x^2-6x+1 < 0$

1　２次関数のグラフが，３点 $(-1,\ 0)$，$(2,\ 3)$，$(3,\ -4)$ を通るとき，その２次関数を求めよ。

$y=ax^2+bx+c$ とおく

$(-1,0),(2,3),(3,-4)$ を通るので

$$\begin{cases} 0=a-b+c & \cdots ① \\ 3=4a+2b+c & \cdots ② \\ -4=9a+3b+c & \cdots ③ \end{cases}$$

② $4a+2b+c=3$
−) ① $a-b+c=0$
$3a+3b=3$
$a+b=1 \cdots ④$

③ $9a+3b+c=-4$
−) ② $4a+2b+c=3$
$5a+b=-7 \cdots ⑤$

⑤ $5a+b=-7$
−) ④ $a+b=1$
$4a=-8$
$a=-2$

④より $-2+b=1$
$b=3$

①より $0=-2-3+c$
$c=5$

以上より $\underline{y=-2x^2+3x+5}$ //

2　２次方程式 $x^2-6x+m=0$ が異なる２つの実数解をもつように，定数 m の値の範囲を求めよ。

判別式 D とすると異なる２つの実数解をもつから $D>0$

$$\frac{D}{4}=(-3)^2-1\cdot m>0$$
$$9-m>0$$
$$\underline{m<9}\ //$$

3　次の不等式を解け。

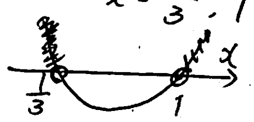
(1) $3x^2-4x+1 \geqq 0$

$\underline{x \leqq \frac{1}{3},\ 1 \leqq x}$ //

$3x^2-4x+1=0$ を解く

$(3x-1)(x-1)=0$

$x=\frac{1}{3},\ 1$



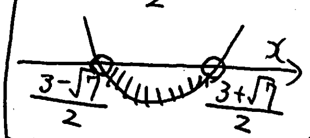
(2) $2x^2-6x+1 < 0$

$\underline{\frac{3-\sqrt{7}}{2}<x<\frac{3+\sqrt{7}}{2}}$ //

$2x^2-6x+1=0$ を解く

$x=\frac{3\pm\sqrt{9-2}}{2}$

$=\frac{3\pm\sqrt{7}}{2}$



ショートトライアル　2次関数　10

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

1　頂点が (1, 2) で，点 (3, 6) を通る放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。

2　放物線 $y=x^2-1$ と直線 $y=2x-k$ が接するとき，定数 k の値を求めよ。また，そのときの接点の座標を求めよ。

3　次の不等式を解け。

(1)　$-3x^2+6<0$

(2)　$x^2-2x-2\geqq 0$

1　頂点が (1, 2) で，点 (3, 6) を通る放物線をグラフにもつ2次関数を求めよ。

$y=a(x-1)^2+2$ ……①

とおく．(3, 6) を通るから → ($x=3$ のとき $y=6$ 代入)

$6=a(3-1)^2+2$

$4=4a$

$a=1$．

よって $y=(x-1)^2+2$

2　放物線 $y=x^2-1$ と直線 $y=2x-k$ が接するとき，定数 k の値を求めよ。また，そのときの接点の座標を求めよ。

$\begin{cases} y=x^2-1 \\ y=2x-k \end{cases}$ で y 消去して $x^2-1=2x-k$ より

$x^2-2x+k-1=0$ ……①

接するので判別式 D とすると $D=0$

$\frac{D}{4}=(-1)^2-1\cdot(k-1)=0$

$1-k+1=0$　∴ $k=2$

$k=2$ を①に代入して $x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0$

$x=1$

$y=2x-k$ は $y=2x-2$ であり，

$x=1$ 代入すると $y=2\times1-2=0$．

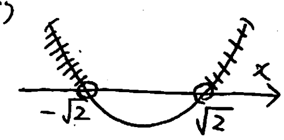
以上より $k=2$．接点は (1, 0)

3　次の不等式を解け。

(1)　$-3x^2+6<0$ 両辺÷(−3) より

$x^2-2>0$

$(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})>0$

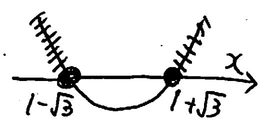


∴ $x<-\sqrt{2},\ \sqrt{2}<x$

(2)　$x^2-2x-2\geqq 0$

$x^2-2x-2=0$ を解くと

$x=1\pm\sqrt{1+2}=1\pm\sqrt{3}$



解は $x\leqq 1-\sqrt{3},\ 1+\sqrt{3}\leqq x$

ショートトライアル　２次関数　１１

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

1　x 軸方向に -3，y 軸方向に 2 だけ平行移動すると，放物線 $C_1 : y = 2x^2 + 8x - 3$ に移されるような放物線 C の方程式を求めよ。

2　次の不等式を解け。

(1) $x^2 - 4x + 4 \geqq 0$

(2) $3x^2 - 2x - 1 < 0$

(3) $9x^2 - 6x + 1 \leqq 0$

(4) $2x^2 - 5x + 2 \leqq 0$

3　k を定数とする。放物線 $y = x^2 - 4x + k$ と x 軸の共有点の個数を求めよ。

1　x 軸方向に -3，y 軸方向に 2 だけ平行移動すると，放物線 $C_1 : y = 2x^2 + 8x - 3$ に移されるような放物線 C の方程式を求めよ。

（巻き戻しです）

C_1 を x 軸方向に 3，y 軸方向に -2 だけ平行移動すると C にもどるから C は

$y-(-2) = 2(x-3)^2 + 8(x-3) - 3$

$y+2 = 2x^2 - 12x + 18 + 8x - 24 - 3$

$y = 2x^2 - 4x - 11$ //

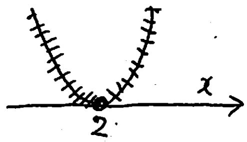
$y = 2(x-1)^2 - 13$ でもOK

2　次の不等式を解け。

(1) $x^2 - 4x + 4 \geqq 0$

$x^2 - 4x + 4 = 0$ を解くと

$x = 2$

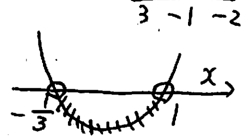


解はすべての実数 //

(2) $3x^2 - 2x - 1 < 0$

$3x^2 - 2x - 1 = 0$ を解くと

$(3x+1)(x-1) = 0$ より $x = -\frac{1}{3}, 1$

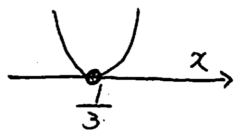


解は $-\frac{1}{3} < x < 1$ //

(3) $9x^2 - 6x + 1 \leqq 0$

$9x^2 - 6x + 1 = 0$ を解くと

$(3x-1)^2 = 0$ より $x = \frac{1}{3}$

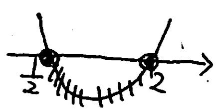


解は $x = \frac{1}{3}$ //

(4) $2x^2 - 5x + 2 \leqq 0$

$2x^2 - 5x + 2 = 0$ を解くと

$(2x-1)(x-2) = 0$ より $x = \frac{1}{2}, 2$



解は $\frac{1}{2} \leqq x \leqq 2$ //

3　k を定数とする。放物線 $y = x^2 - 4x + k$ と x 軸の共有点の個数を求めよ。

判別式 D とすると

$\frac{D}{4} = (-2)^2 - 1 \times k = 4 - k$

$D>0$
$4-k>0$ のとき
$-k>-4$
$k<4$

$k<4$ のとき共有点 2 個

$k=4$ のとき共有点 1 個

$k>4$ のとき共有点 0 個 //

ショートトライアル　２次関数　１２

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の不等式を解け。

(1) $x^2-3x-4<0$

(2) $3x^2-5x+4\leqq 0$

(3) $x^2-2x-4\geqq 0$

(4) $x^2-8x+16\leqq 0$

(5) $\begin{cases} x^2-7x+10<0 \\ x^2-4x+2\geqq 0 \end{cases}$

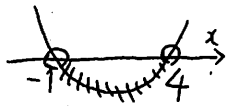
2　２次方程式 $x^2+2(2p+1)x-(p-1)=0$ が実数解をもたないような，定数 p の値の範囲を求めよ。

1　次の不等式を解け。

(1) $x^2-3x-4<0$

$x^2-3x-4=0$ を解くと

$(x-4)(x+1)=0$ より $x=-1,4$



解は $\underline{-1<x<4}$ //

(2) $3x^2-5x+4\leqq 0$

$3x^2-5x+4=0$ を解くと

$x=\dfrac{5\pm\sqrt{25-48}}{6}$ となり

※ $y\leqq 0$ の部分に放物線がないので何もぬれない。

$\underline{解なし}$ //

(3) $x^2-2x-4\geqq 0$

$x^2-2x-4=0$ を解くと

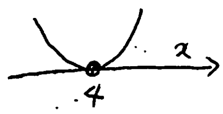
$x=1\pm\sqrt{1+4}=1\pm\sqrt{5}$

解は $\underline{x\leqq 1-\sqrt{5},\ 1+\sqrt{5}\leqq x}$ //

(4) $x^2-8x+16\leqq 0$

$x^2-8x+16=0$ を解くと

$(x-4)^2=0$ より $x=4$



解は $\underline{x=4}$ //

(5) $\begin{cases} x^2-7x+10<0 & \cdots\cdots ① \\ x^2-4x+2\geqq 0 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

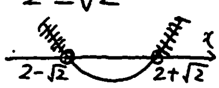
①は $(x-2)(x-5)<0$ より $2<x<5$ ……①′

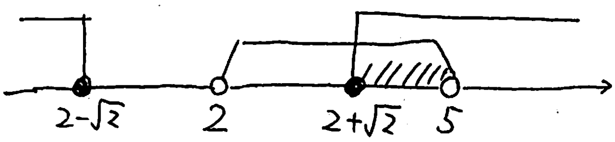
②は $x^2-4x+2=0$ を解くと $x=2\pm\sqrt{4-2}$

$=2\pm\sqrt{2}$

よって

$x\leqq 2-\sqrt{2},\ 2+\sqrt{2}\leqq x$ …②′





①′かつ②′より 解は $\underline{2+\sqrt{2}\leqq x<5}$ //

2　２次方程式 $x^2+2(2p+1)x-(p-1)=0$ が実数解をもたないような，定数 p の値の範囲を求めよ。

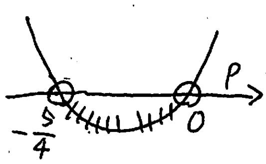
実数解をもたないので判別式 $D<0$

$\dfrac{D}{4}=(2p+1)^2-1\cdot\{-(p-1)\}<0$

$4p^2+4p+1+p-1<0$

$4p^2+5p<0$

$p(4p+5)<0$



$\underline{-\dfrac{5}{4}<p<0}$ //

ショートトライアル　２次関数　１３

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$　関数 $y=|x-3|$ のグラフをかけ。

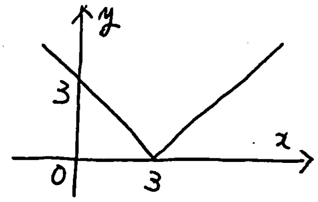
$\boxed{2}$　２次不等式 $x^2-2mx+2m+3>0$ の解がすべての実数であるとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

$\boxed{3}$　定義域を $1 \leqq x \leqq 4$ とする。２次関数 $f(x)=ax^2-6ax+b$ の最大値が 5，最小値が -3 であるとき，定数 a，b の値を求めよ。

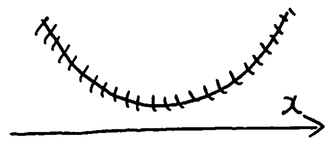
$\boxed{1}$　関数 $y=|x-3|$ のグラフをかけ。

(i) $x-3 \geqq 0$ すなわち $x \geqq 3$ のとき　$y=x-3$

(ii) $x-3<0$ すなわち $x<3$ のとき　$y=-x+3$



$\boxed{2}$　２次不等式 $x^2-2mx+2m+3>0$ の解がすべての実数であるとき，定数 m の値の範囲を求めよ。



x^2 の係数が正なので判別式 $D<0$

$$\frac{D}{4}=(-m)^2-1\cdot(2m+3)<0$$

$$m^2-2m-3<0$$

$$(m-3)(m+1)<0$$

$$\underline{-1<m<3}\ /\!/$$

$\boxed{3}$　定義域を $1 \leqq x \leqq 4$ とする。２次関数 $f(x)=ax^2-6ax+b$ の最大値が 5，最小値が -3 であるとき，定数 a，b の値を求めよ。

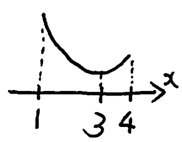
$f(x)=a(x^2-6x)+b$

$=a\{(x-3)^2-9\}+b$

$=a(x-3)^2-9a+b$

(i) $a>0$ のとき　Max $f(1)=a-6a+b=5$

min $f(3)=-9a+b=-3$

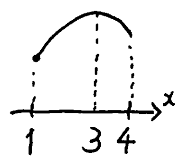


$\begin{cases}-5a+b=5\\-9a+b=-3\end{cases}$ を解くと $\begin{cases}a=2\\b=15\end{cases}$

$a>0$ をみたす.

(ii) $a<0$ のとき　Max $f(3)=-9a+b=5$

min $f(1)=a-6a+b=-3$



$\begin{cases}-9a+b=5\\-5a+b=-3\end{cases}$ を解くと $\begin{cases}a=-2\\b=-13\end{cases}$

$a<0$ をみたす.

(i)(ii)より　$\underline{a=2,\ b=15 \text{ または } a=-2,\ b=-13}\ /\!/$

ショートトライアル　２次関数　１４

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿

1　放物線 $y=x^2-3x+3$ と直線 $y=x+k$ が接するとき，定数 k の値を求めよ。また，そのときの接点の座標を求めよ。

2　$y=x^2+2mx+m+12$ のグラフが次の条件を満たすとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

(1) x 軸の正の部分と異なる２点で交わる。

(2) x 軸の正の部分と負の部分で交わる。

1　放物線 $y=x^2-3x+3$ と直線 $y=x+k$ が接するとき，定数 k の値を求めよ。また，そのときの接点の座標を求めよ。

y 消去し $x^2-3x+3=x+k$

$x^2-4x-k+3=0$ ……①

接するので判別式 $D=0$

$\frac{D}{4}=(-2)^2-1\cdot(-k+3)=0$

$4+k-3=0$

$k=-1$

①で $k=-1$ のとき

$x^2-4x+4=0$

$(x-2)^2=0$

$x=2$

$y=x+k$ に $k=-1$ 代入

$y=x-1$ で $x=2$ のとき

$y=2-1=1$

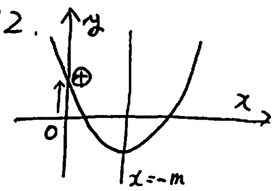
$k=-1$，接点 $(2,1)$ //

2　$y=x^2+2mx+m+12$ のグラフが次の条件を満たすとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

(1) x 軸の正の部分と異なる２点で交わる。　軸 $x=-m$

$f(x)=x^2+2mx+m+12$ とおくと　頂点 $(-m,-m^2+m+12)$

$f(x)=(x+m)^2-m^2+m+12$



は　$D>0$ ……①

じ　軸 >0 ……②

き　$f(0)>0$ ……③

① $\frac{D}{4}=(-m)^2-1\cdot(m+12)>0$

$m^2-m-12>0$

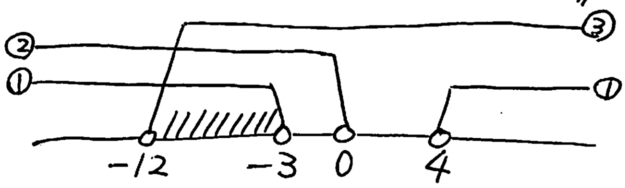
$(m-4)(m+3)>0$

$m<-3,\ 4<m$ ……①

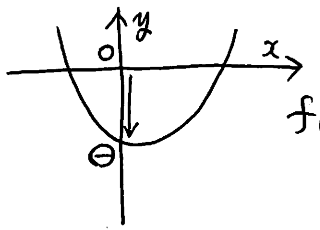
② 軸 $-m>0$ より $m<0$ ……②

③ $f(0)=m+12>0$ より $m>-12$ ……③

①かつ②かつ③より　$-12<m<-3$ //



(2) x 軸の正の部分と負の部分で交わる。



$f(0)<0$ であればよい

$f(0)=m+12<0$

$m<-12$ //

ショートトライアル　２次関数　１５

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1 次の２次方程式を解け。

(1) $2x^2-5x-3 \geqq 0$

(2) $x^2-5x+2<0$

2 関数 $y=|x^2-2x-3|$ のグラフをかけ。

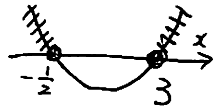
3 ２次方程式 $x^2-ax+1=0$ が $0<x<1$，$2<x<3$ の範囲でそれぞれ１つの実数解をもつように，定数 a の値の範囲を求めよ。

---

1 次の２次方程式を解け。

(1) $2x^2-5x-3 \geqq 0$

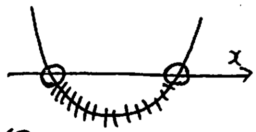
$\begin{array}{ccc} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & -6 \\ \hline 2 & -3 & -5 \end{array}$



$(2x+1)(x-3) \geqq 0$

$\underline{x \leqq -\frac{1}{2},\ 3 \leqq x}$ //

(2) $x^2-5x+2<0$



$x^2-5x+2=0$ を解くと

$x=\frac{5\pm\sqrt{25-8}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{17}}{2}$

解は $\underline{\frac{5-\sqrt{17}}{2}<x<\frac{5+\sqrt{17}}{2}}$ //

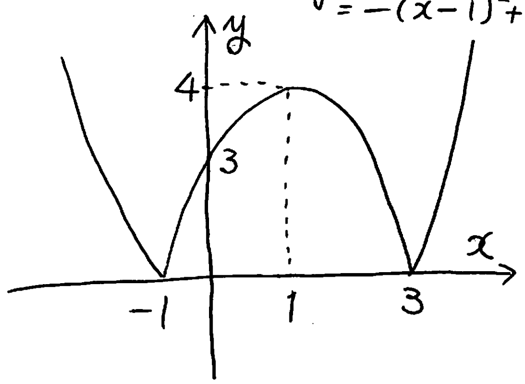
2 関数 $y=|x^2-2x-3|$ のグラフをかけ。 $(x-3)(x+1)\geqq 0$

(i) $x^2-2x-3 \geqq 0$ すなわち $x \leqq -1,\ 3 \leqq x$ のとき

$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$

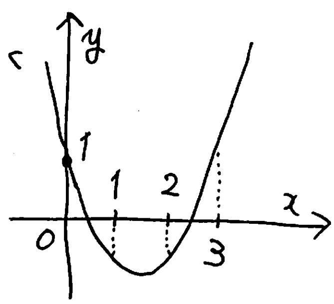
(ii) $-1<x<3$ のとき $y=-x^2+2x+3$

$=-(x-1)^2+4$



3 ２次方程式 $x^2-ax+1=0$ が $0<x<1$，$2<x<3$ の範囲でそれぞれ１つの実数解をもつように，定数 a の値の範囲を求めよ。

$f(x)=x^2-ax+1$ とおく



グラフより

$\begin{cases} f(0)>0 & \cdots ① \\ f(1)<0 & \cdots ② \\ f(2)<0 & \cdots ③ \\ f(3)>0 & \cdots ④ \end{cases}$

であればよい

① $f(0)=1>0$ はみたしている.

② $f(1)=1-a+1<0$ より $a>2$

③ $f(2)=4-2a+1<0$ より $a>\frac{5}{2}$

④ $f(3)=9-3a+1>0$ より $a<\frac{10}{3}$

①～④より $\underline{\frac{5}{2}<a<\frac{10}{3}}$ //

ショートトライアル　2次関数　16

____組____番　氏名____________

$\boxed{1}$ 次の2次方程式を解け。

(1) $x^2 - 4x + 4 > 0$

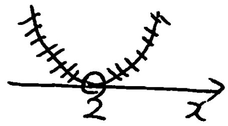
(2) $2x^2 - 5x + 4 \leqq 0$

$\boxed{2}$ 2次不等式 $ax^2 + bx + 12 > 0$ の解が $-3 < x < 2$ となるとき，定数 a, b の値を求めよ。

$\boxed{3}$ 2次方程式 $ax^2 - 2\sqrt{3}x + a + 2 < 0$ の解がすべての実数であるとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{1}$ 次の2次方程式を解け。

(1) $x^2 - 4x + 4 > 0$



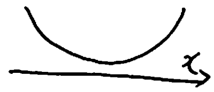
$x^2-4x+4=0$ を解くと

$(x-2)^2=0$

$x=2$

解は $\underline{x<2,\ 2<x}$ //　（$x \neq 2$　2以外のすべての実数　でもOK.）

(2) $2x^2 - 5x + 4 \leqq 0$



$2x^2-5x+4=0$ を解くと

$x=\dfrac{5\pm\sqrt{25-32}}{4} \to D<0$

$\underline{解なし}$ //

$\boxed{2}$ 2次不等式 $ax^2 + bx + 12 > 0$ の解が $-3 < x < 2$ となるとき，定数 a, b の値を求めよ。

$-3<x<2 \Leftrightarrow (x+3)(x-2)<0$

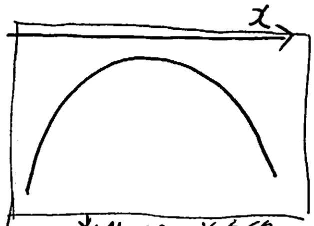
$\Leftrightarrow x^2+x-6<0$.

両辺 -2 倍して $-2x^2-2x+12>0$.

よって $\underline{a=-2,\ b=-2}$ //

$\boxed{3}$ 2次方程式 $ax^2 - 2\sqrt{3}x + a + 2 < 0$ の解がすべての実数であるとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

解がすべての実数なので判別式 D とすると
$$\begin{cases} a<0 & \cdots① \\ D<0 & \cdots② \end{cases}$$



※ $y<0$ に放物線がすべて入ればOK

②より $\dfrac{D}{4}=(-\sqrt{3})^2-a(a+2)<0$

$3-a^2-2a<0$

$a^2+2a-3>0$

$(a+3)(a-1)>0$

$a<-3,\ 1<a$

①から②より $\underline{a<-3}$ //

ショートトライアル　２次関数　１７

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$　2 次方程式 $2x^2+(m-2)x+m+4=0$ が重解をもつように，定数 m の値を求めよ。また，そのときの重解を求めよ。

$\boxed{2}$　a を定数とする。2 つの 2 次不等式

$2x^2-5x+2>0$　………①

$x^2-(a+1)x+a<0$　……②

がある。次の問いに答えよ。

(1) 不等式 ① を解け。

(2) 不等式 ② を a の値により場合分けして解け。

(3) 不等式 ①，② を同時に満たす整数 x がちょうど 3 つ存在するような定数 a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{1}$　2 次方程式 $2x^2+(m-2)x+m+4=0$ が重解をもつように，定数 m の値を求めよ。また，そのときの重解を求めよ。

判別式Dとすると重解なのでD=0

$D=(m-2)^2-4\cdot2\cdot(m+4)=0$

$m^2-4m+4-8m-32=0$

$m^2-12m-28=0$

$(m-14)(m+2)=0$　∴ $m=-2,\ 14$.

$m=-2$ のとき $2x^2-4x+2=0$

$2(x-1)^2=0$ より $x=1$.

$m=14$ のとき $2x^2+12x+18=0$

$2(x+3)^2=0$ より $x=-3$

$m=-2$ のとき重解 $x=1$

$m=14$ のとき重解 $x=-3$ //

$\boxed{2}$　a を定数とする。2 つの 2 次不等式

$2x^2-5x+2>0$　………①

$x^2-(a+1)x+a<0$　……②

がある。次の問いに答えよ。

(1) 不等式 ① を解け。

$(2x-1)(x-2)>0$

$x<\frac{1}{2},\ 2<x$ //

(2) 不等式 ② を a の値により場合分けして解け。

② ⇔ $(x-1)(x-a)<0$

よって　$1<a$ のとき　$1<x<a$

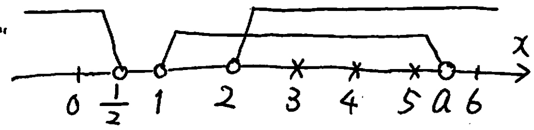
$a=1$ のとき　解なし

$a<1$ のとき　$a<x<1$ //

(3) 不等式 ①，② を同時に満たす整数 x がちょうど 3 つ存在するような定数 a の値の範囲を求めよ。

整数キャッチ

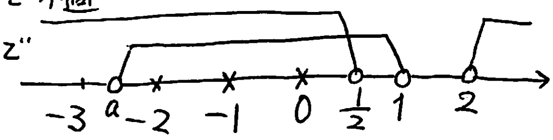
$1<a$ で



$5<a\leqq6$.

$a=1$ で不適

$a<1$ で



$-3\leqq a<-2$

以上より　$-3\leqq a<-2,\ 5<a\leqq6$ //