2024～1997年
新潟大学文系学部農学部数学過去問

produced by Tokufumi Hiroi

2024 年　新潟大学　文系　前期

$\boxed{1}$ 座標平面の原点を O とする。座標平面上の直線 $y=-2\sqrt{2}x+\sqrt{3}$ を ℓ_1 とし，直線 $y=\sqrt{3}x$ を ℓ_2 とする。また，ℓ_1 と x 軸の交点を A とし，ℓ_1 と ℓ_2 の交点を B とする。次の問いに答えよ。

(1) 点 A と点 B の座標を求めよ。

(2) $\triangle$OAB の重心の座標を求めよ。

(3) $\triangle$OAB の内接円の中心の座標と半径を求めよ。

$\boxed{2}$ $\angle$A が直角である直角三角形 ABC がある。$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|=1$，$|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|=2$ である。正の数 s，t に対して，線分 AB，BC，CA を $s:t$ の比に内分する点をそれぞれ D，E，F とする。$\overrightarrow{b}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{c}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ とおいたとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{DE}}$，$\overrightarrow{\mathrm{EF}}$ を $\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{c}$ および s，t を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{DE}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{EF}}$ が垂直になるような $\dfrac{s}{t}$ の値をすべて求めよ。

(3) $8s \leqq 9t$ であるとき，$\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{EF}}$ は垂直にならないことを示せ。

$\boxed{3}$ 座標平面の原点を O とし，3 点 A$(-2,\ 0)$，B$(\cos\theta,\ \sin\theta)$，C$(3\cos3\theta,\ 3\sin2\theta)$ をとる。ただし，$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{2\pi}{3}$ とする。次の問いに答えよ。

(1) AB^2，BC^2 を $\cos\theta$ を用いて表せ。

(2) $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{2\pi}{3}$ のとき，$\mathrm{AB}^2+\mathrm{BC}^2$ の最大値と最小値を求めよ。
また，そのときの点 B と点 C の座標をそれぞれ求めよ。

$\boxed{4}$ 正の数 a，b に対して，$S=\left\{\displaystyle\int_0^a (2x+b)dx\right\}^2$，$T=\displaystyle\int_0^a (2x+b)^2dx$ とおく。次の各問いに答えよ。

(1) S，T を a，b を用いて表せ。

(2) $b=a$ で $0 \leqq a \leqq 1$ のとき，$\dfrac{T-S}{a}$ の最大値を求めよ。

(3) $0 < a \leqq 1$ のとき，$S < T$ が成り立つことを示せ。

2023 年　新潟大学　文系　前期

$\boxed{1}$　次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ を考える。

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 4a_n + 6n - 2 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

次の問いに答えよ。

(1) 数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = a_{n+1} - a_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

とする。$\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$ を n を用いて表せ。

$\boxed{2}$　一辺の長さが 2 の正四面体 ABCD において，辺 AB，BC，CD，DA，AC，BD の中点をそれぞれ P，Q，R，S，T，U とする。次の問いに答えよ。

(1) 線分 PR の長さを求めよ。

(2) $\cos\angle$SBR の値を求めよ。

(3) 四角形 PTRU を底面，点 Q を頂点とする四角錐の体積を求めよ。

$\boxed{3}$　k を実数とする。全体集合を実数全体の集合とし，その部分集合 A，B を次のように定める。

$$A = \{\ x \mid x^3 - x^2 - (k^2 + 4k + 4)x + k^2 + 4k + 4 = 0\ \}$$
$$B = \{\ x \mid x^3 - (k^2 + 3k + 3)x^2 + k^2x - k^4 - 3k^3 - 3k^2 = 0\ \}$$

次の問いに答えよ。

(1) $k = -1$ のとき，集合 A，B，$A \cap B$，$A \cup B$ を，$\{a,\ b,\ c\}$ のように集合の要素を書き並べて表す方法により，それぞれ表せ。空集合になる場合は，空集合を表す記号で答えよ。

(2) 集合 B が集合 A の部分集合となるような k の値をすべて求めよ。そのような k の値が存在しない場合は，その理由を述べよ。

(3) 集合 $A \cup B$ の要素の個数を求めよ。

$\boxed{4}$　p は $p \geqq 0$ を満たす定数とし，関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + (9 - p^2)x$$

と定める。次の問いに答えよ。

(1) $p = 1$ のとき，$y = f(x)$ のグラフをかけ。

(2) $f'(x) = 0$ となる x の値を p を用いて表せ。

(3) $x \geqq 0$ において $f(x)$ が最小値をとる x の値を求めよ。

2022年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$ 座標平面の原点を O とし，2 点 $\mathrm{A}\left(\dfrac{1}{2},\ 0\right)$，$\mathrm{B}\left(0,\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ をとり，
単位円周上に点 $\mathrm{P}(\cos\theta,\ \sin\theta)$ をとる。
ただし，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ とする。次の問いに答えよ。

(1) $\sin\dfrac{\pi}{12}$，$\cos\dfrac{\pi}{12}$，$\sin\dfrac{5\pi}{12}$，$\cos\dfrac{5\pi}{12}$ の値をそれぞれ求めよ。

(2) 四角形 OAPB の面積 S を θ を用いて表せ。

(3) $\dfrac{\pi}{12}\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{4}$ のとき，S の最大値と最小値を求めよ。

$\boxed{2}$ 座標空間の原点を O とし，3 点 $\mathrm{A}(2,\ 2,\ -2)$，$\mathrm{B}(2,\ -2,\ 2)$，$\mathrm{C}(-2,\ 2,\ 2)$ をとる。
線分 AB を $3:1$ に内分する点を D，線分 AC を $3:1$ に外分する点を E とするとき，
次の問いに答えよ。

(1) 2 点 D，E の座標をそれぞれ求めよ。

(2) 点 F を直線 DE 上の点とし，$\overrightarrow{\mathrm{OF}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ のなす角 θ が $\cos\theta=\dfrac{3\sqrt{7}}{14}$ を満たすとき，
点 F の座標を求めよ。

$\boxed{3}$ 数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$，$\{c_n\}$ を次のように定める。

$$a_1=3,\ a_{n+1}=\frac{3n}{n+1}a_n-10 \qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$
$$b_n=na_n \qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$
$$c_n=b_{n+1}-b_n \qquad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

次の問いに答えよ。

(1) a_2，a_3，b_1，b_2，b_3，c_1，c_2 の値をそれぞれ求めよ。

(2) b_{n+1} を b_n を用いて表せ。

(3) c_{n+1} を c_n を用いて表せ。

(4) 数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$，$\{c_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

$\boxed{4}$ 次の問いに答えよ。

(1) 次の不等式の表す領域を図示せよ。

$$0<-(y+x-1)(y+x^2-6x+5)<(y+x-1)(y-3x^2+10x+5)$$

(2) (1) で図示した領域のうち $1\leqq x\leqq 4$ を満たす部分の面積を求めよ。

2021年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$ 正四面体 OABC において三角形 ABC の重心を D，線分 AB を 2 : 1 に内分する点を E，線分 AC を 5 : 2 に外分する点を F とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \overrightarrow{c}$ として，次の問いに答えよ。

(1) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{c}$ を用いて表せ。

(2) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OE}}$ および $\overrightarrow{\mathrm{OF}}$ を $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{c}$ を用いて表せ。

(3) 点 G は点 E を通り $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ に平行な直線上にある。点 H は点 F を通り $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ に平行な直線上にある。3 点 D，G，H が一直線上にあるとき，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ および $\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{c}$ を用いて表せ。

$\boxed{2}$ 平面上に正五角形 ABCDE があり，頂点 A，B，C，D，E は時計回りに配置されている。点 P をまず頂点 A の位置に置き，この正五角形の辺にそって時計回りに頂点から頂点へ与えられた正の整数 n だけ動かす。たとえば，$n = 2$ ならば点 P は頂点 C の位置にあり，$n = 6$ ならば点 P は頂点 B の位置にある。次の問いに答えよ。

(1) さいころを 2 回投げて出た目の和で n を与えるとき，点 P が頂点 A，B，C，D，E の位置にある確率をそれぞれ求めよ。

(2) さいころを 3 回投げて出た目の和で n を与えるとき，点 P が頂点 D の位置にある確率を求めよ。

(3) さいころを 5 回投げて出た目の和で n を与えるとき，点 P が頂点 A の位置にある確率を求めよ。

$\boxed{3}$ 座標平面上の 2 点 A$(0,\ -1)$，B$(1,\ 2)$ を通る直線を ℓ とする。また，中心 $(3,\ -2)$，半径 3 の円を C とする。次の問いに答えよ。

(1) ℓ の方程式を求めよ。

(2) ℓ と C は共有点を持たないことを示せ。

(3) 点 P が円 C 上を動くとき，三角形 ABP の重心の軌跡を T とする。T はどのような図形になるか答えよ。

(4) (3) で求めた図形 T 上の点 $(x,\ y)$ に対して $\sqrt{x^2 + y^2}$ の最大値と最小値を求めよ。

$\boxed{4}$ 関数 $f(x)$ を

$$f(x) = x\,|\,x - 1\,|\, - 3x + 3$$

と定める。次の問いに答えよ。

(1) $y = f(x)$ のグラフをかけ。

(2) a の値が $-3 \leqq a \leqq -2$ の範囲で動くとき，曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = ax + 3$ で囲まれた図形の面積 S を a を用いて表せ。

(3) (2) で与えられた S に対して，a の値が $-3 \leqq a \leqq -2$ の範囲で動くとき，S の最大値と最小値を求めよ。また，そのときの a の値を求めよ。

2020 年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$　n を正の整数とする。3 種類の数字 1，2，3 を並べて，各位の数が 1，2，3 のいずれかである n 桁の整数をすべて作る。数字は重複して使ってもよいし，使わない数字があってもよい。各位の数の合計が奇数になる整数の総数を x_n，各位の数の合計が偶数になる整数の総数を y_n とする。また，各位の数の合計が 4 の倍数になる整数の総数を z_n とする。次の問いに答えよ。

(1) n を 2 以上の整数とするとき，

$$\begin{cases} x_n = ax_{n-1} + by_{n-1} \\ y_n = cx_{n-1} + dy_{n-1} \end{cases}$$

を満たす定数 a，b，c，d の値をそれぞれ求めよ。

(2) $y_n + x_n$，$y_n - x_n$ および y_n の値を n を用いてそれぞれ表せ。

(3) z_n の値を n を用いて表せ。

$\boxed{2}$　正四面体 OABC の辺 OA を 2 : 1 に内分する点を D，辺 AB を $(1-x):x$ に内分する点を E，辺 BC を 1 : 2 に内分する点を F とする。ただし，x は $0 < x < 1$ を満たす。3 点 D，E，F を通る平面と直線 OC の交点を G とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ として，次の問いに答えよ。

(1) ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{DE}}$ および $\overrightarrow{\mathrm{DF}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ および x を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OG}} = t\,\vec{c}$ を満たす t の値を x を用いて表せ。

(3) 線分 EG の長さを最小にする x の値を求めよ。また，線分 EG の長さの最小値は辺 OA の長さの何倍であるか求めよ。

$\boxed{3}$　放物線に関する次の問いに答えよ。

(1) 正の整数の組 $(m,\ n)$ に対して，次の条件を考える。

　　放物線 $y = mx^2 - 6x + n$ は，x 軸と $0 < x < \dfrac{3}{2}$ の範囲で相異なる 2 点で交わる。

この条件を満たす正の整数の組 $(m,\ n)$ のうちで，$m+n$ の値が最小になるのは，$(4,\ 1)$ のときであることを証明せよ。

(2) 2 つの放物線 $y = 4x^2 - 6x + 1$ と $y = x^2 - 6x + 4$ の両方に接する直線は 2 本ある。それらの直線の方程式を求めよ。

(3) 不等式 $x > 0$ で表される領域において，(2) の 2 つの放物線と (2) で求めた直線のうち 1 本で囲まれた部分の面積を求めよ。

$\boxed{4}$　単位円 $x^2 + y^2 = 1$ 上を動く点 Q の座標を $(X,\ Y)$ とする。次の問いに答えよ。

(1) x 軸の正の部分に始線をとり，点 Q が一般角 θ の動径上にあるとき，X，Y の値を θ を用いてそれぞれ表せ。

(2) $2X + 3Y$ の取り得る値の範囲を求めよ。

(3) $XY - Y^2 + \dfrac{1}{2}$ の最大値，最小値を求めよ。また，そのときの点 Q の座標をすべて求めよ。

(4) $6X^2 - 3X + 4Y^2$ の最大値，最小値を求めよ。また，そのときの点 Q の座標をすべて求めよ。

2019年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ。

(1) 座標平面上で，不等式 $|\,y\,| \geqq |\,x\,| + x + 1$ の表す領域を図示せよ。

(2) a を定数とし，$f(x) = |\,x - 2\,| + (a+1)x - 2$ とする。関数 $y = f(x)$ のグラフが x 軸とちょうど 2 点で交わるとする。そのとき，a の値の範囲を求め，不等式 $f(x) \leqq y \leqq 0$ の表す領域の面積を a で表せ。

$\boxed{2}$ 座標平面上に放物線 $C_1 : y = x^2$ と $C_2 : y = x^2 + c^2$ を考える。ただし，c は正の定数とする。C_1 上の点 $(a,\ a^2)$ から C_2 に接線 ℓ_1，ℓ_2 を引き，接点の x 座標をそれぞれ b_1，b_2 $(b_1 < b_2)$ とする。次の問いに答えよ。

(1) $a - b_1 = b_2 - a = c$ が成り立つことを示せ。

(2) C_2 と接線 ℓ_1，ℓ_2 で囲まれた部分の面積を c で表せ。

$\boxed{3}$ 座標空間において，1 辺の長さが 1 の立方体 OABC-DEFG をなす 8 つの頂点 O(0, 0, 0)，A(1, 0, 0)，B(1, 1, 0)，C(0, 1, 0) および D(0, 0, 1)，E(1, 0, 1)，F(1, 1, 1)，G(0, 1, 1) をとる。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$，$\overrightarrow{\mathrm{OD}} = \vec{d}$ とおく。辺 DE 上に点 P$(s,\ 0,\ 1)$ $(0 \leqq s \leqq 1)$，辺 CB 上に点 Q$(t,\ 1,\ 0)$ $(0 \leqq t \leqq 1)$ をとり，3 点 O，P，Q を含む平面と直線 GF との交点を R とする。また，四角形 OPRQ の面積を U とする。次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を $\vec{a}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$ および s，t で表せ。

(2) 内積 $\overrightarrow{\mathrm{OP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を s，t で表せ。また，U を s，t で表せ。

(3) 点 R が辺 GF 上にあるとき，U の最大値，最小値を求めよ。また，そのときの s，t の値を求めよ。

$\boxed{4}$ 多項式 $P(x) = x^{2n} - nx^{n+1} + nx^{n-1} - 1$ について，次の問いに答えよ。ただし，n は 2 以上の整数とする。

(1) $Q(t) = P(t+1)$ とおく。多項式 $Q(t)$ の定数項，t の係数および t^2 の係数は 0 であることを示せ。

(2) $P(x)$ は $(x-1)^3$ で割り切れるが，$(x-1)^4$ では割り切れないことを示せ。

(3) 方程式 $P(x) = 0$ の整数解は 1 および -1 のみであることを示せ。

2018年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ。

(1) 方程式 $2\sin^2\theta - 3\sin\theta - 2 = 0$ をみたす θ の値をすべて求めよ。
ただし，$0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。

(2) 不等式 $9^x - 3^x < 6$ をみたす x の値の範囲を求めよ。

(3) 不等式 $(\log_{10} x)^2 \geqq \log_{10} x^2 + 8$ をみたす x の値の範囲を求めよ。

$\boxed{2}$ OA$=\sqrt{7}$，OB$=\sqrt{5}$，AB$=\sqrt{6}$ の $\triangle$OAB の外接円の中心を C とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \overrightarrow{c}$ として，次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{c}$，$\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{c}$ を求めよ。

(2) $\overrightarrow{c} = s\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}$ をみたす実数 s，t を求めよ。

(3) 点 O を座標平面上の原点にとり，点 A の座標を $(0,\ \sqrt{7})$ とする。
このとき点 B，C の座標をそれぞれ求めよ。ただし，点 B は第 1 象限にあるとする。

$\boxed{3}$ 袋 A には赤玉 2 個と白玉 5 個，袋 B には赤玉 2 個が入っている。まず，袋 A から 3 個の玉を同時に取り出し，玉の色は確認せず，そのまま袋 B に入れ，よくかき混ぜて，袋 B から 2 個の玉を同時に取り出す。次の問いに答えよ。

(1) 袋 A から取り出された 3 個の玉が，赤玉 1 個と白玉 2 個である確率，白玉 3 個である確率をそれぞれ求めよ。

(2) 袋 B から取り出された玉が 2 個とも白玉である確率を求めよ。

(3) 袋 B から取り出された玉が 2 個とも白玉であったとき，袋 B に白玉が残っている条件付き確率を求めよ。

$\boxed{4}$ 次の問いに答えよ。ただし，$a > 0$ とする。

(1) 関数 $y = |\, x^2 - a^2 \,|$ のグラフの概形をかけ。

(2) 定積分 $S = \displaystyle\int_0^2 |\, x^2 - a^2 \,|\, dx$ を a を用いて表せ。

(3) S の最小値とそのときの a の値を求めよ。

2017 年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$ 式の展開に関する次の問いに答えよ。

(1) $(1+x+y)^6$ の展開式における x^2y^3 の項の係数を求めよ。

(2) $(1+x+xy)^8$ の展開式における x^5y^3 の項の係数を求めよ。

(3) $(1+x+xy+xy^2)^{10}$ の展開式における x^8y^{13} の項の係数を求めよ。

$\boxed{2}$ 座標空間の次のような 4 点 A，B，C，D を考える。A の座標は
$(\sqrt{2},\ \sqrt{3},\ \sqrt{6})$，3 点 B，C，D は，それぞれ x 軸，y 軸，z 軸上にある。
さらに，これらの 4 点は同一平面上にあり，四角形 ABCD は平行四辺形である。
このとき，次の問いに答えよ。

(1) 3 点 B，C，D の座標を求めよ。

(2) 平行四辺形 ABCD の面積を求めよ。

(3) 原点 O から平行四辺形 ABCD を含む平面に垂線 OH を下ろす。
点 H の座標を求めよ。

$\boxed{3}$ 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1=\frac{1}{3},\ a_{n+1}=\frac{3a_n+1}{a_n+3}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

次の問いに答えよ。

(1) a_2，a_3，a_4，a_5 を求めよ。

(2) 一般項 a_n を推測して，その結果を数学的帰納法によって証明せよ。

(3) 不等式 $a_n > 1-10^{-18}$ を満たす最小の自然数 n を求めよ。
ただし，$\log_{10}2=0.3010$ とする。

$\boxed{4}$ 座標平面上の放物線 $y=-ax^2+b$ を C とし，P$(1,\ 0)$，Q$(0,\ 2)$ とする。
ただし，$a>0$，$0<b<2$ とする。放物線 C は，2 点 P，Q を通る直線に接している。
放物線 C と x 軸で囲まれた部分の面積を S とする。次の問いに答えよ。

(1) a を b で表せ。

(2) S を b を用いて表せ。

(3) $\dfrac{S}{\sqrt{b}}$ が最大になるように b の値を定めよ。

2016年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$　整式 $P(x) = x^4 + x^3 + x - 1$ について，次の問いに答えよ。

(1) i を虚数単位とするとき，$P(i)$，$P(-i)$ の値を求めよ。

(2) 方程式 $P(x) = 0$ の実数解を求めよ。

(3) $Q(x)$ を 3 次以下の整式とする。次の条件

$$Q(1) = P(1),\quad Q(-1) = P(-1)$$
$$Q(2) = P(2),\quad Q(-2) = P(-2)$$

をすべて満たす $Q(x)$ を求めよ。

$\boxed{2}$　$\triangle$OAB において，OA$=5$，OB$=6$，AB$=7$ とする。t を $0 < t < 1$ を満たす実数とする。辺 OA を $t:(1-t)$ に内分する点を P，辺 OB を $1:t$ に外分する点を Q，辺 AB と線分 PQ の交点を R とする。点 R から直線 OB へ下ろした垂線を RS とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \overrightarrow{b}$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}$ を求めよ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を t，$\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$ を用いて表せ。

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OS}}$ を t，$\overrightarrow{b}$ を用いて表せ。

(4) 線分 OS の長さが 4 となる t の値を求めよ。

$\boxed{3}$　3 が書かれたカードが 10 枚，5 が書かれたカードが 10 枚，10 が書かれたカードが 10 枚，全部で 30 枚のカードが箱に中にある。この中から 1 枚ずつカードを取り出していき，取り出したカードに書かれている数の合計が 10 以上になった時点で操作を終了とする。ただし各カードには必ず 3，5，10 いずれかの数が 1 つ書かれているものとし，取り出したカードは箱の中に戻さないものとする。次の問いに答えよ。

(1) 操作が終了するまでに，カードを取り出した回数が 1 回である確率を求めよ。

(2) 操作が終了するまでに，カードを取り出した回数が 2 回である確率を求めよ。

(3) 操作が終了したときに，カードを取り出したカードに書かれている数の合計が 12 以上である確率を求めよ。

$\boxed{4}$　関数 $f(x) = \mid x^2 - 4 \mid -3$ について，次の問いに答えよ。

(1) 方程式 $f(x) = 0$ の解を求めよ。

(2) 関数 $y = f(x)$ のグラフをかけ。

(3) 関数 $y = f(x)$ のグラフと x 軸とで囲まれた部分の面積を求めよ。

2015年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$　整数 a に対して $P(x) = x^3 - ax^2 + ax - 1$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) $P(x)$ を $x - 1$ で割ったときの商を求めよ。

(2) 3 次方程式 $P(x) = 0$ が虚数解をもつような整数 a の値をすべて求めよ。

(3) 3 次方程式 $P(x) = 0$ のすべての解が整数となるような整数 a の値をすべて求めよ。

$\boxed{2}$　$\triangle$ABC の外心を O とし，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \overrightarrow{c}$ とする。

$\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{c}$ は

$$|\overrightarrow{a}| = |\overrightarrow{b}| = |\overrightarrow{c}| = 5, \qquad 4\overrightarrow{a} + 3\overrightarrow{b} + 5\overrightarrow{c} = \overrightarrow{0}$$

をみたすとする。次の問いに答えよ。

(1) $100 + 3\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} + 5\overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{a} = 0$ が成り立つことを示せ。

(2) 内積 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{c}$ および $\overrightarrow{c} \cdot \overrightarrow{a}$ を求めよ。

(3) $\triangle$ABC の重心を G とするとき，$|\overrightarrow{\mathrm{OG}}|$ の値を求めよ。

$\boxed{3}$　$f(x) = x^2 - 2x + 2$ とする。放物線 $y = f(x)$ 上の点 $\mathrm{P}(p,\ f(p))$ における接線を ℓ_1 とし，放物線 $y = f(x)$ 上の点 $\mathrm{Q}(p+1,\ f(p+1))$ における接線を ℓ_2 とする。2 直線 ℓ_1，ℓ_2 の交点を R とする。ただし p は定数である。次の問いに答えよ。

(1) 直線 ℓ_1，ℓ_2 の方程式をそれぞれ p を用いて表せ。

(2) 交点 R の座標を p を用いて表せ。

(3) 放物線 $y = f(x)$ と 2 直線 ℓ_1，ℓ_2 とで囲まれた部分の面積を求めよ。

$\boxed{4}$　数列 $\{a_n\}$ を次の条件 (i) および (ii) をみたすように定める。

(i)　$a_1 = 0$，$a_2 = 3$

(ii)　3 以上の自然数 n に対して，第 $(n-1)$ 項 a_{n-1} の値が初項 a_1 から第 $(n-2)$ 項 a_{n-2} までのどの項の値とも等しくないときは $a_n = a_{n-1} - 1$ であり，第 $(n-1)$ 項 a_{n-1} の値が初項 a_1 から第 $(n-2)$ 項 a_{n-2} までのどれかの項の値と等しいときは $a_n = a_{n-1} + 6$ である。

次の問いに答えよ。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の第 3 項から第 10 項までの各項の値を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の第 50 項の値を求めよ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 50 項までの和を求めよ。

2014年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$　a を $a \geqq 0$ となる実数とし，θ の関数 $f(\theta)$ を

$$f(\theta) = 2\sin 2\theta + 4a(\cos\theta - \sin\theta) + 1$$

とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　$t = \cos\theta - \sin\theta$ とおく。このとき，$f(\theta)$ を a, t を用いて表せ。

(2)　$0 \leqq \theta \leqq \pi$ のとき，t のとりうる値の範囲を求めよ。

(3)　$0 \leqq \theta \leqq \pi$ のとき，$f(\theta)$ の最大値と最小値を a を用いて表せ。

$\boxed{2}$　一辺の長さが 1 の正四面体 OABC を考える。辺 AB を 2 : 1 に内分する点を P とし，線分 CP を 3 : 1 に内分する点を Q とする。また，直線 OC 上の点 R を $\overrightarrow{\mathrm{QR}} \perp \overrightarrow{\mathrm{OC}}$ となるようにとる。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とおく。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{QR}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

(3)　$\overrightarrow{\mathrm{QR}}$ の大きさ $|\overrightarrow{\mathrm{QR}}|$ を求めよ。

$\boxed{3}$　A の箱には 1 から 20 までの整数が 1 つずつ書かれた 20 枚のカードが入っている。B の箱には 1 から 30 までの整数が書かれた 30 枚のカードが入っている。A，B の箱から 1 枚ずつカードを取り出し，取り出した 2 枚のカードに書かれた整数の和を X とおく。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　X が 2 の倍数となる確率を求めよ。

(2)　X が 2 の倍数であるが 5 の倍数でない確率を求めよ。

(3)　X が 5 の倍数となる確率を求めよ。

(4)　X が 2 の倍数にも 5 の倍数にもならない確率を求めよ。

$\boxed{4}$　座標平面上の曲線 $y = |x^2 + 2x|$ を C とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　曲線 C と直線 $y = x + 2$ の共有点の座標を求めよ。

(2)　曲線 C と直線 $y = x + 2$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

(3)　曲線 C と直線 $y = x + a$ がちょうど 2 つの共有点をもつような a の値の範囲を求めよ。

2013年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$ 正の実数 a, b に対して，次の連立不等式の表す領域を D とする。

$$\begin{cases} ax+y \leqq 6 \\ 0 \leqq x \leqq b \\ 0 \leqq y \end{cases}$$

次の問いに答えよ。

(1) $a=\dfrac{3}{2}, b=3$ であるとする。点 P (x, y) が領域 D 内を動くとき，$5x+2y$ の最大値と，そのときの x, y の値を求めよ。

(2) $a=\dfrac{3}{2}, b=6$ であるとする。点 P (x, y) が領域 D 内を動くとき，$3x+y$ の最大値と，そのときの x, y の値を求めよ。

(3) $a=5$ であるとする。点 P (x, y) が領域 D 内を動くとき，$4x+y$ の最大値と，そのとき，x, y の値を求めよ。

$\boxed{2}$ 一辺の長さが 1 の正方形 ABCD を考える。点 P は，点 B，C を除いた辺 BC 上を動くとする。点 P を通り直線 AP と垂直な直線と辺 CD との交点を Q とする。線分 BP の長さを x とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $\triangle$CPQ の面積 S を，x を用いて表せ。

(2) 面積 S の最大値と，そのときの x の値を求めよ。

(3) 線分 AQ の長さ L の最小値と，そのときの x の値を求めよ。

$\boxed{3}$ 正の整数 n に対して $a_n=\sqrt{1+n^2}-n$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) 不等式 $\dfrac{1}{2n+1}<a_n<\dfrac{1}{2n}$ が成り立つことを示せ。

(2) 不等式 $a_n>a_{n+1}$ が成り立つことを示せ。

(3) $a_n<0.03$ となる最小の正の整数 n を求めよ。

$\boxed{4}$ 1 次関数 $f(x)=px+q$ に対して，x の係数 p と定数項 q を成分にもつベクトル (p, q) を $\overrightarrow{f}$ とする。つまり，$\overrightarrow{f}=(p, q)$ とする。次の問いに答えよ。

(1) 定積分 $\displaystyle\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}(kx+l)(mx+n)dx$ を求めよ。ただし，k, l, m, n は定数である。

(2) 2 つの 1 次関数 $g(x)$ と $h(x)$ に対して，等式 $\displaystyle\frac{1}{2\sqrt{3}}\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}g(x)h(x)dx=\overrightarrow{g}\cdot\overrightarrow{h}$ が成り立つことを示せ。ただし，$\overrightarrow{g}\cdot\overrightarrow{h}$ はベクトル $\overrightarrow{g}, \overrightarrow{h}$ の内積を表す。

(3) 等式 $\displaystyle\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}(2x+1)^2dx\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}\{g(x)\}^2dx=\left\{\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}(2x+1)g(x)dx\right\}^2$ を満たし，$g(0)=-2$ であるような 1 次関数 $g(x)$ を求めよ。

2012年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$ xy 平面上に放物線 $C: y=-x^2$ がある。$\mathrm{P}(a,\ b)$ を C 上の点とする。
放物線 $D: y=x^2+px+q$ は点 P を通り，点 P における C の接線と D の接線は一致している。次の問いに答えよ。

(1) $b,\ p,\ q$ をそれぞれ a で表せ。

(2) $a=1$ のとき，放物線 C と D および y 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

(3) 点 $\mathrm{P}(a,\ b)$ が放物線 C 上を動くとき，放物線 D の頂点の軌跡を求めよ。

$\boxed{2}$ 次の問いに答えよ。

(1) $\log_{10} 3$ は無理数であることを示せ。

(2) $\dfrac{6}{13} < \log_{10} 3 < \dfrac{1}{2}$ が成り立つことを示せ。

(3) 3^{26} の桁数を求めよ。

$\boxed{3}$ 四面体 OABC において，$\mathrm{OA} \perp \mathrm{OB},\ \mathrm{OA}=3,\ \mathrm{OB}=4,\ \mathrm{OC}=5$ とする。
$\triangle\mathrm{OAB}$ の重心を G とし，直線 CG は $\triangle\mathrm{OAB}$ を含む平面に垂直とする。
$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\overrightarrow{a},\ \overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{b},\ \overrightarrow{\mathrm{OC}}=\overrightarrow{c}$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{CG}}$ を $\overrightarrow{a},\ \overrightarrow{b},\ \overrightarrow{c}$ を用いて表せ。

(2) 内積 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{c}$ および $\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{c}$ を求めよ。

(3) 四面体 OABC の体積を求めよ。

$\boxed{4}$ 箱の中に１から９までの異なる整数が１つずつ書かれたカードが９枚入っている。
「箱からカードを１枚引き，カードに書かれた整数を記録して箱の中に戻す」という操作を３回繰り返す。記録された３つの整数の最小値を m，最大値を M とする。
次の問いに答えよ。

(1) $m=M$ となる確率を求めよ。

(2) $5<m$ となる確率および $M<5$ となる確率を求めよ。

(3) $m \leqq 5 \leqq M$ となる確率を求めよ。

2011 年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$　$\triangle$OAB において，OA $= 1$，OB $=$ AB $= 2$ とし，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \overrightarrow{b}$ とおく。
実数 t に対して，$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = t\left(\overrightarrow{a} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{b}\right)$ とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　内積 $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$ を求めよ。

(2)　AP $=$ BP を満たすとき，t の値を求めよ。さらに線分 AP の長さを求めよ。

$\boxed{2}$　数直線上の動点 A がはじめ原点にある。動点 A は 1 秒ごとに数直線上の正の向き
または負の向きにそれぞれ $\dfrac{1}{2}$ の確率で指定された長さを移動するものとする。
n 秒後に動点 A が原点に戻る確率を p_n とする。ただし，n は自然数とする。
このとき，次の問いに答えよ。

(1)　動点 A が 1 秒ごとに正の向きに 1 または負の向きに 1 移動するとき，p_1, p_2, p_3, p_4 を求めよ。

(2)　動点 A が 1 秒ごとに正の向きに 2 または負の向きに 1 移動するとき，p_6 を求めよ。

$\boxed{3}$　xy 平面上の 3 点を O$(0, 0)$，A$(4, 0)$，B$(3, 3)$ とする。2 点 O，A を通る放物線を
$y = -ax^2 + bx$ とする。ただし，$a > 0$ とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　b を a の式で表せ。

(2)　$y = -ax^2 + bx$ と x 軸とで囲まれた図形が，$\triangle$OAB に含まれるような，a の値の範囲を求めよ。

(3)　$y = -ax^2 + bx$ と x 軸とで囲まれた図形の面積が $\triangle$OAB の面積の $\dfrac{1}{3}$ となるとき，a の値を求めよ。

$\boxed{4}$　a, b, c, d を正の実数とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　不等式 $\sqrt{ab} \leqq \dfrac{a+b}{2}$ を示せ。

(2)　不等式 $\sqrt[4]{abcd} \leqq \dfrac{a+b+c+d}{4}$ を示せ。

(3)　不等式 $\sqrt[4]{ab^3} \leqq \dfrac{a+3b}{4}$ を示せ。

2010年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ。

(1) 不等式 $4\log_4 x \leqq \log_2(4-x)+1$ を解け。

(2) (1) で求めた x の範囲において，関数 $y = 9^x - 4\cdot 3^x + 10$ の最大値，最小値とそのときの x の値をそれぞれ求めよ。

$\boxed{2}$ 座標平面上の放物線 $y=(x+1)(x-3)$ を C とする。x 座標が $p,\, q$ である C 上の点 P，Q における C の 2 つの接線が点 A$(a,\, -7)$ で交わり，2 点 P，Q を通る直線の傾きは 2 である。ただし，$p<q$ とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) a の値と点 P と点 Q の座標をそれぞれ求めよ。

(2) C および 3 つの直線 $x=p,\, x=q,\, y=-7$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

$\boxed{3}$ 次の条件 (ア)〜(ウ) を満たす数列 $\{p_n\}$ について考える。

（ア）　$p_1 \leqq p_2 \leqq \cdots \leqq p_n \leqq \cdots$ である。

（イ）　$p_1, p_2, \cdots, p_n, \cdots$ はどれも自然数である。

（ウ）　$p_1, p_2, \cdots, p_n, \cdots$ の中にはすべての自然数 k が現れ，その個数は k 以上 $k+2$ 以下である。

条件 (ア)〜(ウ) を満たし，すべての自然数 k がちょうど k 個現れる数列

$$1,\, 2,\, 2,\, 3,\, 3,\, 3,\, \cdots,\, \overbrace{k,\, k,\, \cdots,\, k}^{k\text{ 個}},\, \cdots$$

を $\{a_n\}$ とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 項数 5 の数列で，数列 $\{p_n\}$ の初めの 5 項となり得るものをすべて挙げよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の第 210 項 a_{210} の値を求めよ。

(3) $\displaystyle\sum_{i=1}^{50} p_i$ のとり得る最小の値を求めよ。

$\boxed{4}$ 座標平面上の 4 点を A(1, 1)，B(1, 2)，C(2, 2)，D(2, 1) とする。点 A に駒をおき，1 個のさいころを投げて，出た目の数だけこれらの点の上を時計回りに駒を進める試行を考える。たとえば，出た目が 5 のとき，駒は A → B → C → D → A → B と進み B に止まる。1 回目の試行で止まる点を P とし，駒を点 A に戻し，2 回目の試行で止まる点を Q とする。このとき，次の問いに答えよ。ただし，O は原点を表す。

(1) O，P，Q が同一直線上にある確率を求めよ。

(2) O，P，Q を通る 2 次関数 $y=f(x)$ のグラフがただ一通りに定まるとき，P，Q の位置およびその 2 次関数をすべて求めよ。

(3) O，P，Q が同一直線上にあるとき，$X=1$，また，O，P，Q を通る 2 次関数 $y=f(x)$ のグラフがただ一通りに定まるとき $X=2$，そのどちらでもないとき $X=0$ とする。このとき，X の期待値を求めよ。

2009年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$　$2^a = x-5,\ 2^b = x-6$ のとき、次の問いに答えよ。

(1)　$a+b$ を x を用いて表せ。

(2)　$a+b=f(x)$ とするとき、不等式 $f(x) < \log_4 36$ を解け。

$\boxed{2}$　定点 $\mathrm{A}(0,\ 2)$ と曲線 $y=f(x)$ 上の点 $\mathrm{P}(x,\ f(x))$ がある。
点 A と点 P の距離を AP と表すとき、すべての x に対して、
$\mathrm{AP} = f(x)$ が成り立っているとする。このとき、次の問いに答えよ。

(1)　関数 $y=f(x)$ を求めよ。

(2)　$a>0$ とする。曲線 $y=f(x)$ 上の点 $\mathrm{Q}(a,\ f(a))$ における接線が原点を通るときの a の値を求めよ。

(3)　(2) で求めた a の値について、直線 AQ と曲線 $y=f(x)$ とで囲まれた図形の面積を求めよ。

$\boxed{3}$　数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = \frac{1}{6},\quad \frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} = 2\ \ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

を満たしている。また数列 $\{b_n\}$ は

$$b_1 = 8a_1a_2,\quad b_{n+1} - b_n = 8a_{n+1}a_{n+2}\ \ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

を満たしている。このとき、次の問いに答えよ。

(1)　数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ。

(2)　数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n を n を用いて表せ。

$\boxed{4}$　$\mathrm{AB}=n,\ \mathrm{BC}=n+1,\ \mathrm{CA}=n+2$ である三角形 ABC において、
$\tan C = \dfrac{4}{3}$ のとき、次の問いに答えよ。

(1)　$\sin C,\ \ \cos C$ の値を求めよ。

(2)　n の値を求めよ。

(3)　三角形 ABC の面積と内接円の半径を求めよ。

2008 年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$　a を $-1 < a < 1$ である実数とする。
関数 $f(x) = 2x^2 - 2(a+1)x - 2a$ について，次の問いに答えよ。

(1) 放物線 $y = f(x)$ 上の点 $(a,\, f(a))$ における接線の方程式を求めよ。

(2) (1) で求めた接線が点 $(2,\, -4)$ を通るとき，a の値を求めよ。

(3) (2) で求めた a の値に対して，放物線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

$\boxed{2}$　θ を $0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ である実数とする。座標平面上に 3 点 $\mathrm{O}(0,\, 0)$，
$\mathrm{A}(\cos\theta,\, 0)$，$\mathrm{B}(0,\, \sin\theta)$ をとる。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 線分 OA，OB の長さの和の最大値とそのときの θ を求めよ。

(2) 三角形 OAB の面積の最大値とそのときの θ を求めよ。

$\boxed{3}$　長方形 ABCD に対して，それぞれの辺の長さを AB=CD=1,
BC=DA=t,　$0 < t < 1$ とする。辺 AB 上の点 P および辺 BC 上の
点 Q を，点 C と点 P が 2 点 D，Q を通る直線に関して対称になるようにとる。
$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{a}$,　$\overrightarrow{\mathrm{BC}} = \vec{b}$,　$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = x\vec{a}\ (0 < x < 1)$,　$\overrightarrow{\mathrm{BQ}} = y\vec{b}\ (0 < y < 1)$ とおく。
このとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{DP}}, \overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, x, y で表せ。

(2) x, y を t で表せ。

(3) $x = \dfrac{3}{5}$ のとき，t および y を求めよ。

$\boxed{4}$　次の問いに答えよ。

(1) 連立不等式 $\begin{cases} 3x + 2y > 0 \\ xy > 0 \end{cases}$ の表す領域を座標平面上に図示せよ。

(2) 不等式 $2\log_2(3x + 2y) > 5 + \log_2 xy$ の表す領域を座標平面上に図示せよ。

2007 年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$ 座標平面上の放物線 $y=-x^2+px+q$ を C とする。点 $(1,\ 1)$ は C 上にあり，直線 $y=-x+2$ が点 $(1,\ 1)$ で接しているものとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) p，q の値を求めよ。

(2) C と直線 $y=x$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

$\boxed{2}$ 次の問いに答えよ。

(1) 関数 $y=|\ x^2-4x-12\ |$ のグラフをかけ。

(2) (1) のグラフと直線 $y=a$ の共有点の個数は，定数 a の値によってどのように変化するか調べよ。

$\boxed{3}$ 平行四辺形 ABCD において，対角線 BD の中点を E，辺 AD を 3 : 2 に内分する点を F とする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\overrightarrow{d}$ とするとき，次の問いに答えよ。

(1) $\triangle$BCD の重心と G とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{AG}}$ を $\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{d}$ で表せ。

(2) 直線 AE と直線 BF の交点を S とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{AS}}$ を $\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{d}$ で表せ。

(3) 線分 AC の長さが 36 のとき，線分 SG の長さを求めよ。

$\boxed{4}$ 半径 1 の円の周上に 4 点 A，B，C，D がこの順にある。弧 AB，弧 BC，弧 CD，弧 DA の長さをそれぞれ $\dfrac{1}{2}\pi$，$\dfrac{1}{2}\pi$，$\dfrac{2}{3}\pi$，$\dfrac{1}{3}\pi$ とする。ただし，π は円周率である。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 線分 AB の長さを求めよ。

(2) 直線 AC と直線 BD の交点を P とするとき，$\angle$APB の大きさを求めよ。

(3) 線分 AP の長さを求めよ。

2006年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$　三角形 OAB において，辺 AB を $2:1$ に内分する点を P，線分 OP を $k:(1-k)$ に内分する点を Q とし，直線 AQ と直線 OB の交点を R とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$ として，次の問いに答えよ。ただし，実数 k は $0<k<1$ の範囲を動くものとする。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を k，$\vec{a}$，$\vec{b}$ で表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を k，$\vec{b}$ で表せ。

(3) 直線 PR が直線 AO に平行になるとき，k の値を求めよ。

$\boxed{2}$　a を実数とする。x に関する方程式

$$\log_3(x-1)=\log_9(4x-a-3)$$

が異なる 2 つの実数解をもつとき，a のとりうる値の範囲を求めよ。

$\boxed{3}$　c を正の定数とし，放物線 $y=x^2+6c^2$ を C_1，放物線 $y=-2x^2$ を C_2 とする。2 つの放物線 C_1 と C_2 の両方に接する直線で，傾きが正のものを ℓ_1，傾きが負のものを ℓ_2 とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) ℓ_1 および ℓ_2 の方程式をそれぞれ求めよ。

(2) C_1 と ℓ_1，ℓ_2 で囲まれた図形の面積を S_1，C_2 と ℓ_1，ℓ_2 で囲まれた図形の面積を S_2 とするとき，$\dfrac{S_1}{S_2}$ の値を求めよ。

$\boxed{4}$-A　新課程用

四角形 ABCD は $\angle\mathrm{B}=120^\circ$，CD=DA=AC を満たしているものとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) AB $<$ BD であることを示せ。

(2) 線分 BD 上に AB=BE となる点 E をとるとき，$\angle$BAE の大きさを求めよ。

(3) AB+BC=BD であることを示せ。

$\boxed{4}$-B　旧過程用

α を 0 でない複素数とする。複素数平面上において，複素数 z は $\alpha z+\overline{\alpha}\,\overline{z}=1$ を満たしながら動くものとする。複素数 $\omega_1=\alpha z$ を表す点が描く図形を C_1，複素数 $\omega_2=\dfrac{\alpha}{z}$ を表す点が描く図形を C_2 とする。このとき，次の問いに答えよ。ただし，$\overline{\alpha}$，$\overline{z}$ はそれぞれ α，z に共役な複素数を表すものとする。

(1) C_1 は実軸上の点 $\dfrac{1}{2}$ を通り虚軸に平行な直線であることを示せ。

(2) C_2 は点 α^2 を中心とする半径 $|\,\alpha\,|^2$ の円周から 1 点 0 を除いたものであることを示せ。

(3) C_1 と C_2 がただ 1 点のみを共有するとき，$\alpha+\overline{\alpha}$ の値を求めよ。

2005年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$ 不等式

$$\log_2\sqrt{2-x}+\log_4(x+2)>\frac{1}{2}+\log_2\sqrt{\frac{y}{2}}$$

の表す領域を D とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 領域 D を図示せよ。

(2) 領域 D 内の点 $(x,\ y)$ で，x，y がともに整数であるものをすべて求めよ。

(3) (2) で求めた点 $(x,\ y)$ のうちで，$\sqrt{3}x-y$ を最小にするものを求めよ。

$\boxed{2}$ 点 O を中心とし半径 1 の円の円周を S とする。三角形 ABC は，すべての頂点が S 上にあり，辺 BC 上に点 O がなく，AB:AC=3 : 2 を満たすとする。点 D は辺 BC の点 C の方への延長線上で BC:CD=1 : k の位置にあるとする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\overrightarrow{c}$ とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を $\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{c}$，k で表せ。

(2) 内積 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}$ を $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{c}$ で表せ。

(3) 点 A における S の接線が点 D を通るとき，k の値を求めよ。

$\boxed{3}$ i を虚数単位とし，複素数平面上で $4i$，$-2i$ を表す点をそれぞれ A，D とする。点 D を中心として点 A を 90° だけ回転した点を B，点 A を中心として点 B を 90° だけ回転した点を C とする。$\alpha=4i$ とし，β，γ はそれぞれ点 B，C が表す複素数とする。複素数 z に対して，$T=|z-\alpha|^2+|z-\beta|^2+|z-\gamma|^2$ とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) β，γ，および $\alpha+\beta+\gamma$ の値を求めよ。

(2) T を $|z|$ で表せ。

(3) 点 z が $|z-(3+4i)|=1$ を満たしながら動くとき，T の最大値とそのときの点 z を求めよ。

$\boxed{4}$ 関数 $y=x^2$ のグラフを C とする。点 $\mathrm{A}(a,\ a^2)$ における C の接線の傾きは $\sqrt{3}$ とする。点 A を通りこの接線と直交している直線は，y 軸と点 $\mathrm{B}(0,\ b)$ で交わるとする。点 B を中心とし，点 A を通る円を S とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) a，b の値，および円 S の半径を求めよ。

(2) C 上の点 $\mathrm{P}(x,\ x^2)$ に対して，$\mathrm{BP}^2 \geqq \mathrm{BA}^2$ が成り立つことを示せ。また，BP=BA が成り立つ点 P の座標を求めよ。

(3) 円 S の $y \leqq a^2$ の部分と C で囲まれる図形の面積を求めよ。

2004年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$ 曲線 $y = 3x - \dfrac{3}{2}x^2$ を C とし，直線 $y = ax$ を ℓ とする。ただし，a は定数で，$0 \leqq a < 3$ とする。直線 ℓ と曲線 C との，原点 O(0, 0) 以外の共有点を P とし，点 P における曲線 C の接線の傾きを k とする。また，曲線 C と x 軸で囲まれた図形の面積を A とし，曲線 C と直線 ℓ で囲まれた図形の面積を S とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) k を a で表せ。

(2) S を a で表せ。

(3) $S = \dfrac{1}{8}A$ となるとき，a と k を求めよ。

$\boxed{2}$ 座標平面上に，原点 O(0, 0)，点 A(1, 0)，点 B(0, 1) をとる。さらに 2 点 $\mathrm{P}_1(\cos\theta,\ \sin\theta)$，$\mathrm{P}_2(\cos 2\theta,\ \sin 2\theta)$ をとる。ただし，$0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{4}$ とする。S_1 を $\theta > 0$ のとき $\triangle \mathrm{AP_1O}$ の面積，$\theta = 0$ のとき 0 とする。また，S_2 を $\theta < \dfrac{\pi}{4}$ のとき $\triangle \mathrm{BP_2O}$ の面積，$\theta = \dfrac{\pi}{4}$ のとき 0 とする。$S = S_1 + \dfrac{1}{2}S_2$ とおく。このとき，次の問いに答えよ。

(1) S を $\sin\theta$ で表せ。

(2) $0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{4}$ のとき，S の最大値と最小値を求めよ。

$\boxed{3}$ 四角形 ABCD において，対角線 AC，BD が点 P で交わっている。$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{b} = \overrightarrow{\mathrm{BC}}$ とおく。$\overrightarrow{\mathrm{BD}} = -\overrightarrow{a} + \dfrac{2}{3}\overrightarrow{b}$ を満たすとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ および $\overrightarrow{\mathrm{DA}}$ を $\overrightarrow{a}$ と $\overrightarrow{b}$ で表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\overrightarrow{a}$ と $\overrightarrow{b}$ で表せ。

(3) 四角形 ABCD の面積を S とするとき，$\triangle$APD の面積を S で表せ。

$\boxed{4}$ 複素数平面上に $\triangle$ABC がある。点 A，B，C が表す複素数をそれぞれ z_1，z_2，z_3 とする。関係式

$$(3 - 4i)z_1 + 4iz_2 - 3z_3 = 0$$

が成り立つとき，次の問いに答えよ。

(1) $z_3 - z_1$ を z_1 と z_2 で表せ。

(2) 3 辺の長さの比 AB : BC : CA と $\angle$BAC の大きさを求めよ。

2003 年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$ 平行四辺形 ABCD において，対角線 BD を 3 : 4 に内分する点を E とし，点 F は辺 CD の延長上にあって CD=3DF をみたし，直線 AE と直線 CD の交点を G とする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\overrightarrow{d}$ とおくとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AF}}$ を $\overrightarrow{b}$ と $\overrightarrow{d}$ を用いて表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AG}}$ を $\overrightarrow{b}$ と $\overrightarrow{d}$ を用いて表せ。

(3) 直線 AG と直線 BF が垂直のとき，AB : AD を求めよ。

$\boxed{2}$ 複素数平面上で，複素数 $\alpha=1-\sqrt{2}i$，$\beta=1+\sqrt{3}-(1+\sqrt{2})i$ を表す点をそれぞれ $\mathrm{A}(\alpha)$，$\mathrm{B}(\beta)$ とする。点 A を中心として点 B を角 θ だけ回転した点を $\mathrm{P}(z)$ とし，z の実部を x，虚部を y とする。ただし，i は虚数単位で，$0 \leqq \theta < 360^\circ$ である。このとき，次の問いに答えよ。

(1) x と y を θ を用いて表せ。

(2) y のとりうる値の範囲を求めよ。

(3) 点 $\mathrm{P}(z)$ が実軸上にあるとき，θ と z を求めよ。

$\boxed{3}$ 関数 $y=x^2$ のグラフ C と，定点 $\mathrm{A}(0,\ a)$ $(a>0)$ を通り傾き t の直線 ℓ との交点を P，Q とする。さらに，点 P における C の接線と点 Q における C の接線の交点を R とおく。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 点 R の座標を a と t を用いて表せ。

(2) 三角形 PQR の面積 S を a と t を用いて表せ。

(3) 三角形 PQR の重心を G とする。直線 ℓ の傾き t が実数全体を動くとき，点 G の軌跡を求めよ。

$\boxed{4}$ a，b，c は定数で，$a \neq 0$ とする。2 次関数 $f(x)=ax^2+bx+c$ は，$x=\dfrac{1}{2}$ のとき最大値 $\dfrac{13}{2}$ をとり，$b=\displaystyle\int_{-1}^{2} f(x)dx$ をみたす。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 2 次関数 $f(x)$ を求めよ。

(2) 方程式 $xf(x)+x-k=0$ の異なる実数解の個数を求めよ。ただし，k は定数である。

2002 年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$ 連立方程式 $y \leqq 2 - x^2$，$y \geqq x$，$x \geqq 0$ の表す領域を C とする。

$$f(x) = k + 1 - kx^2 \quad (k \text{ は実数})$$

とするとき，次の問いに答えよ。

(1) C の面積を求めよ。

(2) 関数 $y = f(x)$ のグラフは k の値によらずに定点を通ることを示せ。

(3) $k > 0$ のとき，連立不等式 $y \leqq f(x)$，$y \geqq x$，$x \geqq 0$ の表す領域を D とする。この D の面積が，C の面積の $\dfrac{1}{2}$ になるような k の値を求めよ。

$\boxed{2}$ x，y は次の不等式

$$0 < x,\ 0 < y,\ y \leqq x^2,\ (\log_2 xy)^2 \leqq (\log_2 x)(\log_2 y^2) + 20$$

をすべて満たしているとする。$X = \log_2 x$，$Y = \log_2 y$ とおくとき，次の問いに答えよ。

(1) 点 $(X,\ Y)$ の存在する範囲を XY 平面に図示せよ。

(2) $\log_2 xy$ の最大値と最小値を求めよ。また，そのときの X，Y の値を求めよ。

$\boxed{3}$ 2 次関数 $f(x) = x^2 - 2(k-1)x + 4k + 1$ （k は実数）について，次の問いに答えよ。

(1) 2 次方程式 $f(x) = 0$ が虚数解をもつような k の値の範囲を求めよ。

(2) $x = a + bi$ （a，b は実数）が 2 次方程式 $f(x) = 0$ の虚数解のとき，a と b^2 を k で表せ。

(3) 2 次方程式 $f(x) = 0$ の虚数解すべての集合を複素数平面上に図示せよ。

$\boxed{4}$ 3 つのベクトル $\overrightarrow{a} = (5,\ 0,\ 0)$，$\overrightarrow{b} = (3,\ 1,\ 0)$，$\overrightarrow{c} = (0,\ 0,\ 2)$ について，

$$\overrightarrow{d} = \overrightarrow{a} + s\overrightarrow{b} + t\overrightarrow{c} \quad (s,\ t \text{ は実数})$$

とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) s を固定したとき，$|\overrightarrow{d}|$ が最小となる t の値を求めよ。

(2) s，t がすべての実数を動くとき，$|\overrightarrow{d}|$ が最小となる s，t の値を求め，そのときの，$\overrightarrow{b}$ と $\overrightarrow{d}$ のなす角を求めよ。

2001 年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$　O を原点とする複素数平面上に，点 A(2) があるとき，次の問いに答えよ。

(1) 点 A を，O を中心に 30° 回転した点を B とするとき，B を表す複素数を求めよ。

(2) 直線 AB に関して O と対称な点を O$'$，直線 OB に関して A と対称な点を A$'$，直線 OA に関して B と対称な点を B$'$ とするとき，O$'$，A$'$，B$'$ を表す複素数を求めよ。

(3) 三角形 O$'$A$'$B$'$ は，どのような三角形か。

$\boxed{2}$　平行四辺形 ABCD において，4 辺 AB，BC，CD，DA 上にそれぞれ点 E，F，G，H を HF // AB，EG // BC となるようにとり，2 直線 EF と AC の交点を M，2 直線 HG と AC の交点を N とする。$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AE}} = p\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AH}} = q\vec{b}$ とおくとき，$\dfrac{1}{2} < p < 1$，$\dfrac{1}{2} < q < 1$ であるとして，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{EF}}$，$\overrightarrow{\mathrm{HG}}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表せ。

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AM}} = \overrightarrow{\mathrm{AE}} + s\overrightarrow{\mathrm{EF}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AN}} = \overrightarrow{\mathrm{AH}} + t\overrightarrow{\mathrm{HG}}$ とするとき，s，t を p と q で表せ。

(3) 2 点 M，N は一致することを示せ。

$\boxed{3}$　xy 平面上に，曲線 $C : y = x^3 - x$ と C 上の点 A$(-1,\ 0)$ があるとき，次の問いに答えよ。

(1) 点 A を通る直線と C との共有点が，A を含めて 2 個である場合を考える。そのような 2 本の直線 ℓ_1，ℓ_2 を求めよ。

(2) C と ℓ_1 で囲まれた部分の面積，C と ℓ_2 で囲まれた部分の面積を求めよ。

$\boxed{4}$　xy 平面上の，2 つの円 $C_1 : x^2 + y^2 = {r_1}^2$，$C_2 : x^2 + (y-4)^2 = {r_2}^2$ $(r_1 > 0,\ r_2 > 0)$ について，次の問いに答えよ。

(1) 円 C_1，C_2 それぞれの，傾きが $\sqrt{3}$ の接線の方程式を求めよ。

(2) $r_1 = 1$ とし，傾きが $\sqrt{3}$ の円 C_1 の接線を ℓ とする。ℓ が同時に円 C の接線でもあるとき，r_2 の値を求めよ。

(3) $r_1 = 1$ で r_2 が (2) で求めた値のとき，2 円 C_1，C_2 に共通な接線をすべて求めよ。

2000年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$ 連立不等式

$$x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ y \leqq -\frac{1}{2}x+6,\ y \leqq -4x+20,\ y \leqq x+3$$

の表す領域を D とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 領域 D を図示せよ。

(2) 点 $(x,\ y)$ が D を動くとき，$-3x+4y$ のとる値の最大値を求めよ。

$\boxed{2}$ 四面体 OABC において $\mathrm{OC}=\sqrt{2},\ \angle\mathrm{AOB}=60^\circ,\ \angle\mathrm{BOC}=135^\circ$ とし，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}})=0$ とする。また，D を辺 OA 上の点とし，E を辺 BC を $2:1$ の比に内分する点，F を辺 OC の中点，G を $\triangle\mathrm{ABC}$ の重心とする。$\mathrm{OD}=t$ とし，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\overrightarrow{a},\ \overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{b},\ \overrightarrow{\mathrm{OC}}=\overrightarrow{c}$ とする。このとき，次の問いに答えよ。ただし，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}})$ は $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ の内積を表す。

(1) ベクトル $\overrightarrow{a}$ の大きさを求めよ。また，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ を t と $\overrightarrow{a}$ で表せ。

(2) 線分 FG を $q:(1-q)$ の比に内分する点を P とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を q と $\overrightarrow{a},\ \overrightarrow{b},\ \overrightarrow{c}$ で表せ。ただし，$0<q<1$ である。

(3) 線分 FG と線分 DE が交わるように，t の値を定めよ。さらに，その交点を Q とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を $\overrightarrow{a},\ \overrightarrow{b},\ \overrightarrow{c}$ で表せ。

$\boxed{3}$ m は定数で $m>1$ とする。曲線 $y=x\,|\,x-1\,|$ を C とし，放物線 $y=mx\left(x-2+\dfrac{1}{m}\right)$ を C_1 とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 曲線 C の概形をかけ。

(2) 原点 $(0,\ 0)$ と異なる C と C_1 の共有点を求めよ。

(3) C と C_1 によって囲まれる部分の面積が 1 となるように，m の値を求めよ。

$\boxed{4}$ t に関する 2 次方程式

$$t^2+4\left\{1-\sin^2\left(\frac{\theta}{2}+45^\circ\right)\right\}t+\sin^2\theta+1=0 \cdots (※)$$

について，次の問いに答えよ。ただし，$0^\circ<\theta<180^\circ$ とする。

(1) $\sin^2\left(\dfrac{\theta}{2}+45^\circ\right)$ を $\sin\theta$ で表せ。

(2) 2 次方程式 (※) は虚数解をもつことを示せ。

(3) 2 次方程式 (※) は虚数解のうち虚部が負であるものを z とし，複素数平面上で，点 z を原点を中心として 90° だけ回転した点を $w=x+yi$ とする。θ が $0^\circ<\theta<180^\circ$ の範囲を動くとき，座標平面上で，点 $(x,\ y)$ はある放物線の一部分を描く。その放物線の方程式を求めよ。

1999 年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$ 空間内に，平行四辺形 ABCD と点 P がある。$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\overrightarrow{c}$ とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{BP}}$, $\overrightarrow{\mathrm{CP}}$, $\overrightarrow{\mathrm{DP}}$ をそれぞれ $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{c}$ で表せ。

(2) 次の等式が成り立つことを示せ。

ただし，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ は $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ の内積を表す。

$$\mathrm{AP}^2+\mathrm{CP}^2=\mathrm{BP}^2+\mathrm{DP}^2+2\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AD}}$$

$\boxed{2}$ 座標平面上で，$\mathrm{A}(1,\ 0)$, $\mathrm{P}(x,\ y)$, $\mathrm{Q}(x,\ -y)$ を，原点を中心とする半径 1 の円上の 3 点とする。ただし，$y>0$ とする。△APQ の重心を G とし，

$$d=\mathrm{AG}^2+\mathrm{PG}^2+\mathrm{QG}^2$$

とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 重心 G の座標を求めよ。

(2) d を x で表せ。

(3) d が最大となるときの x の値を求めよ。また，そのとき △APQ はどのような三角形か。

$\boxed{3}$ $f(x)=x^4+x^3+px^2+(p-1)x-a^2$ とする。ただし，$a>0$ であり，$f(a)=0$ が成り立つとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $p=1-a^2$ であることを示せ。

(2) 方程式 $f(x)=0$ を解け。

(3) $a=1$ のとき，方程式 $f(x)=0$ の 4 つの解は，複素数平面上で同一円周上にあることを示せ。

$\boxed{4}$ $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ とする。直線 $y=mx$ は，曲線 $y=f(x)$ と点 $(1,\ f(1))$ で接し，点 $(-1,\ f(-1))$ で交わっている。このとき，次の問いに答えよ。

(1) $a=-1,\ b=m-1,\ c=1$ であることを示せ。

(2) 直線 $y=mx+k$ が，曲線 $y=f(x)$ と異なる 3 点で交わるような，定数 k の値の範囲を求めよ。

(3) 関数 $f(x)$ が $x=0$ で極大値をとるように，定数 m の値を求めよ。

1998年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$　表面積 54 の円柱で体積のもっとも大きなものを作りたい。

底面の円の半径が x で表面積が 54 の円柱を考えよ。

(1) この円柱の高さ h を x で表せ。

(2) この円柱の体積を x で表せ。

(3) この円柱の体積が最大になるときの x と h の値を求めよ。

$\boxed{2}$　三角形 ABC において，辺 BC の中点を M とし，線分 AM の上に点 P をとる。

辺 AC と線分 BP の延長との交点を Q とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 点 P が線分 AM の中点のとき，$\overrightarrow{\mathrm{AM}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ。

(2) 点 P が線分 AM の中点のとき，$\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ を用いて表せ。

(3) $\dfrac{\mathrm{AP}}{\mathrm{AM}} = x$ のとき，$\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ と x を用いて表せ。

$\boxed{3}$　原点を O とする座標平面において，$x^2 + y^2 = r^2$ と半直線

$y = r - 2\ (x \geqq 0)$ との交点を P とする。ただし，$r > 1$ とする。

このとき，次の問いに答えよ。

(1) 点 P の座標を求めよ。

(2) 点 P は曲線

$$y = f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 1 \ \ (x > 0)$$

の上にあることを示せ。

(3) a を正の定数とする。点 $(a,\ f(a))$ を A，曲線 $y = f(x)$ 上の点 A における接線を m とする。また，原点 O を通って接線 m に平行な直線と直線 $x = a$ との交点を B とする。このとき，三角形 ABO は二等辺三角形であることを証明せよ。

(4) 原点 O から点 A に向かって出た光がこの曲線 $y = f(x)$ で反射するとき，反射した光はどのような直線の上にあるか。ただし，光は直進し，反射した光線と点 A における接線 m とのなす角が線分 OA と接線 m となす角に等しくなるように反射するものとする。

$\boxed{4}$　$\alpha = 1 + i,\ \beta = 2 + 3i$ とする。複素数 z に複素数 $f(z) = \alpha z + \beta$ を対応させる。

このとき，次の問いに答えよ。

(1) $f(z) = z$ を満たす複素数 z を求めよ。この複素数を z_0 と表す。

(2) $z \neq z_0$ である複素数 z に対して，$\dfrac{f(z) - z_0}{z - z_0}$ の値を求めよ。

(3) $z \neq z_0$ である複素数 z に対して，複素数平面上で，複素数 $z_0,\ z,\ f(z)$ を表す点を，それぞれ，M，A，B とする。このとき，三角形 ABM はどんな形の三角形か。

1997 年　新潟大学　（文系・農学部）　前期

$\boxed{1}$ 曲線 $y = ax^2 + bx + c \ (a > 0)$ は x 軸と直線 $y = 4x$ に接し，
$y = ax^2 + bx + c$ と x 軸および $y = 4x$ とで囲まれる図形の
面積が 6 であるとき，次の問いに答えよ。

(1) b の値を求めよ。

(2) ac の値を求めよ。

(3) a の値を求めよ。

$\boxed{2}$ 平行四辺形 ABCD において，辺 AB を 3 : 2 に内分する点を E，辺 BC を
1 : 2 に内分する点を F，辺 CD の中点を M とする。線分 CE と線分 FM の
交点を P，線分 AP の延長と辺 BC の交点を Q とし，$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \overrightarrow{b}$ と
するとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$ を用いて表せ。

(2) FQ : QC を求めよ。

$\boxed{3}$-[A]

(1) 円 $x^2 + y^2 - 2ax - 4ay + 10a - 10 = 0$ が，定数 a の値に関わらず通る 2 定点を求めよ。

(2) これらの円のうち，半径が最小となるとき a の値 A を求めよ。

(3) 連立不等式

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2Ax - 4Ay + 10A - 10 \leqq 0 \\ x + y \geqq 2 \end{cases}$$

の表す領域で，$2x + y$ のとる値の最大値，最小値を求めよ。

$\boxed{3}$-[B]

(1) 初項 2，公差 3 の等差数列を $\{a_n\}$ とするとき，
数列 $a_1 + a_2$，$a_2 + a_3$，$a_3 + a_4$，$\cdots$
の第 32 項までの和を求めよ。また，
数列 $ka_1 + a_2$，$ka_2 + a_3$，$ka_3 + a_4$，$\cdots$
の第 17 項が，はじめて 200 以上となるような整数 k の値を求めよ。

(2) 初項 a，公差 d の等差数列 $\{a_n\}$ に対し，
数列 $2a_1 + a_2$，$2a_2 + a_3$，$2a_3 + a_4$，$\cdots$
の第 3 項が 7，第 41 項が 463 であるとき，a と d の値を求めよ。

$\boxed{4}$-[A]

複素数 $z = a + bi = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ が $z^5 = 1$ を満たすとき，次の問い
に答えよ。ただし，a，v，r は正の実数で $0 < \theta < 90^\circ$ とする。

(1) r の値と θ の値を求めよ。

(2) z を解とする整数係数の 4 次方程式を求めよ。

(3) $z + \dfrac{1}{z}$ を解とする整数係数の 2 次方程式を求めよ。

(4) a の値を求めよ。

$\boxed{4}$-[B]

赤い玉が 7 個、青い玉が 3 個入っている袋から，玉を無作為に 1 個取り出し色
を確認して戻すという試行を 2 回行うとき，次の問いに答えよ。

(1) 青玉が出た回数を X とするとき，X の確率分布を求めよ。

(2) 赤玉が出た回数を Y とするとき，Y の期待値を求めよ。