一次不定方程式　No.1

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$　次の方程式の整数解をすべて求めよ。解のないときは「解なし」と記せ。

(1) $4x + 7y = 1$

(2) $5x - 7y = 1$

(3) $3x + 5y = 2$

(4) $4x + 2y = 5$

(5) $4x + 2y = 6$

(6) $6x - 5y = 3$

(7) $24x + 17y = 1$

一次不定方程式　No.1　解答例

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ 次の方程式の整数解をすべて求めよ。解のないときは「解なし」と記せ。

(1) $4x+7y=1$

$$\begin{array}{r} 4\times2+7\times(-1)=1 \\ -)\ \ \\ \hline 4(x-2)+7(y+1)=0 \end{array}$$

$4(x-2)=-7(y+1)$

4と7は互いに素

kを整数

$x-2=-7k$

$y+1=4k$

$\therefore\ x=-7k+2$

$y=4k-1$ //

$x=7k+2$
$y=-4k-1$ もOK

(2) $5x-7y=1$

$$\begin{array}{r} 5\times3-7\times2=1 \\ -)\ \ \\ \hline 5(x-3)-7(y-2)=0 \end{array}$$

$5(x-3)=7(y-2)$

5と7は互いに素

kを整数

$x-3=7k$

$y-2=5k$

$\therefore\ x=7k+3$

$y=5k+2$ //

(3) $3x+5y=2$

$$\begin{array}{r} 3\times(-1)+5\times1=2 \\ -)\ \ \\ \hline 3(x+1)+5(y-1)=0 \end{array}$$

$3(x+1)=-5(y-1)$

3と5は互いに素

kを整数

$x+1=-5k$

$y-1=3k$

$\therefore\ x=-5k-1$

$y=3k+1$ //

$x=5k-1$
$y=-3k+1$ もOK

(4) $4x+2y=5$

偶数　奇数　解なし //

(5) $4x+2y=6$

$$\begin{array}{r} 2x+y=3 \\ -)\ 2\times1+1=3 \\ \hline 2(x-1)+(y-1)=0 \end{array}$$

$2(x-1)=-(y-1)$

2と1は互いに素

kを整数

$x-1=-k$

$y-1=2k$

$\therefore\ x=-k+1$

$y=2k+1$ //

$x=k+1$
$y=-2k+1$ もOK

(6) $6x-5y=3$

$$\begin{array}{r} 6\times(-2)-5\times(-3)=3 \\ -)\ \ \\ \hline 6(x+2)-5(y+3)=0 \end{array}$$

$6(x+2)=5(y+3)$

6と5は互いに素

kを整数

$x+2=5k$

$y+3=6k$

$\therefore\ x=5k-2$

$y=6k-3$ //

(7) $24x+17y=1$

$$\begin{array}{r|r|r} 2 & 2 & 1 \\ 3\,\overline{)\,7} & \overline{)\,17} & \overline{)\,24} \\ 6 & 14 & 17 \\ \hline 1 & 3 & 7 \end{array}$$

$24=17\times1+7$

$17=7\times2+3$

$7=3\times2+1$ だから

$7=24-17\times1$

$3=17-7\times2$

代入

$1=7-3\times2$

$=7-(17-7\times2)\times2$

$=7-17\times2+7\times4$

代入

$=7\times5-17\times2$

$=(24-17\times1)-17\times2$

$=24\times5-17\times5-17\times2$

$=24\times5-17\times7$

$=24\times5+17\times(-7)$

×		+
	0	
−2	1	−2
−2	−2	4
−1	5	−5
	−7	

$$\begin{array}{r} 24x+17y=1 \\ -)\ 24\times5+17\times(-7)=1 \\ \hline 24(x-5)+17(y+7)=0 \end{array}$$

$24(x-5)=-17(y+7)$

24と17は互いに素だから

kを整数とすると

$x-5=-17k$

$y+7=24k$

よって

$x=-17k+5,\ y=24k-7$ //

($x=17k+5,\ y=-24k-7$ でもOK)

一次不定方程式　No.2

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$　次の方程式の整数解をすべて求めよ。

(1) $26x + 11y = 1$

(2) $23x - 16y = 1$

(4) $85x + 66y = 3$

(4) $36x - 25y = 1$

(5) $30x + 17y = 5$

(6) $24x + 17y = 3$

一次不定方程式　No.2　解答例

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の方程式の整数解をすべて求めよ。

(1) $26x + 11y = 1$

$$\begin{array}{r|c|l} & \times & + \\ \hline -1 & 0 & \\ -2 & 1 & -1 \\ & -1 & 2 \\ & 3 & -6 \\ & -7 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 2 \quad 2 \\ 3\overline{)4}\,\overline{)11}\,\overline{)26} \\ 3 \quad 8 \quad 22 \\ \hline 1 \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

$26x + 11y = 1$

$-)\ 26\times3 + 11\times(-7) = 1$

$26(x-3) + 11(y+7) = 0$

$26(x-3) = -11(y+7)$

26と11は互いに素

kを整数とする

$x = -11k + 3$

$y = 26k - 7$ //

$x = 11k + 3$
$y = -26k - 7$ もOK

(2) $23x - 16y = 1$

$$\begin{array}{r|c|l} & \times & + \\ \hline -3 & 0 & \\ -2 & 1 & -3 \\ & -3 & 6 \\ & 7 & -7 \\ & -10 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \quad 1 \\ 2\overline{)7}\,\overline{)16}\,\overline{)23} \\ 6 \quad 14 \quad 16 \\ \hline 1 \quad 2 \quad 7 \end{array}$$

$23x - 16y = 1$

$-)\ 23\times7 - 16\times10 = 1$

$23(x-7) - 16(y-10) = 0$

$23(x-7) = 16(y-10)$

23と16は互いに素

kを整数とすると

$x = 16k + 7$

$y = 23k + 10$ //

(4) $85x + 66y = 3$

$$\begin{array}{r|c|l} & \times & + \\ \hline -2 & 0 & \\ -3 & 1 & -2 \\ & -2 & 6 \\ & 7 & -7 \\ & -9 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 3 \quad 1 \\ 9\overline{)19}\,\overline{)66}\,\overline{)85} \\ 18 \quad 57 \quad 66 \\ \hline 1 \quad 9 \quad 19 \end{array}$$

$85\times7 + 66\times(-9) = 1$ ×3

$85x + 66y = 3$

$-)\ 85\times21 + 66\times(-27) = 3$

$85(x-21) + 66(y+27) = 0$

$85(x-21) = -66(y+27)$

85と66は互いに素

kを整数とすると

$x = -66k + 21$

$y = 85k - 27$ //

$x = 66k + 21$
$y = -85k - 27$ でもOK

(4) $36x - 25y = 1$

$$\begin{array}{r|c|l} & \times & + \\ \hline -1 & 0 & \\ -3 & 1 & -1 \\ & -1 & 3 \\ & 4 & -8 \\ & -9 & 9 \\ & 13 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \\ 2\overline{)3}\,\overline{)11}\,\overline{)25}\,\overline{)36} \\ 2 \quad 9 \quad 22 \quad 25 \\ \hline 1 \quad 2 \quad 3 \quad 11 \end{array}$$

$36x - 25y = 1$

$-)\ 36\times(-9) - 25\times(-13) = 1$

$36(x+9) - 25(y+13) = 0$

$36(x+9) = 25(y+13)$

36と25は互いに素

kを整数とする

$x = 25k - 9$

$y = 36k - 13$ //

(5) $30x + 17y = 5$

$$\begin{array}{r|c|l} & \times & - \\ \hline -3 & 0 & \\ -1 & 1 & -3 \\ & -3 & 3 \\ & 4 & -4 \\ & -7 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 1 \quad 1 \\ 4\overline{)13}\,\overline{)17}\,\overline{)30} \\ 12 \quad 13 \quad 17 \\ \hline 1 \quad 4 \quad 13 \end{array}$$

$30\times4 + 17\times(-7) = 1$

$30x + 17y = 5$ 5倍

$-)\ 30\times20 + 17\times(-35) = 5$

$30(x-20) + 17(y+35) = 0$

$30(x-20) = -17(y+35)$

30と17は互いに素

kを整数とする

$x = -17k + 20$

$y = 30k - 35$ //

$x = 17k + 20$
$y = -30k - 35$ もOK

(6) $24x + 17y = 3$

$$\begin{array}{r|c|l} & \times & + \\ \hline -2 & 0 & \\ -2 & 1 & -2 \\ & -2 & 4 \\ & 5 & -5 \\ & -7 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 2 \quad 1 \\ 3\overline{)7}\,\overline{)17}\,\overline{)24} \\ 6 \quad 14 \quad 17 \\ \hline 1 \quad 3 \quad 7 \end{array}$$

$24\times5 + 17\times(-7) = 1$

$24x + 17y = 3$ 3倍

$-)\ 24\times15 + 17\times(-21) = 3$

$24(x-15) + 17(y+21) = 0$

$24(x-15) = -17(y+21)$

24と17は互いに素

kを整数とする

$x = -17k + 15$

$y = 24k - 21$ //

$x = 17k + 5$
$y = -24k - 21$ もOK