ショートトライアル　確率分布　1

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　1枚の硬貨を3回続けて投げる試行で，表の出る回数を X 回とする。次の問いに答えよ。

(1) 確率変数 X の確率分布を求めよ。

(2) 確率 $P(1 \leqq X \leqq 3)$ を求めよ。

(3) 期待値 $E(X)$ を求めよ。

2　500円玉と100円玉を1枚ずつ投げるとき，表の出た硬貨の金額の和を X 円とする。次の問いに答えよ。

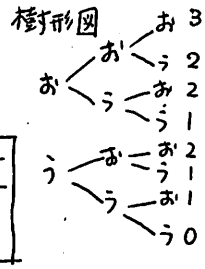
(1) 確率変数 X の確率分布を求めよ。

(2) 確率 $P(X=100)$ を求めよ。

(3) 期待値 $E(X)$ を求めよ。

1　1枚の硬貨を3回続けて投げる試行で，表の出る回数を X 回とする。次の問いに答えよ。

樹形図



(1) 確率変数 X の確率分布を求めよ。

X のとりうる値は 0, 1, 2, 3

X	0	1	2	3	計
$P(X)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

↑この表が「確率分布」です

$P(X=1) = {}_3C_1\left(\frac{1}{2}\right)^1\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8}$

反復試行

(2) 確率 $P(1 \leqq X \leqq 3)$ を求めよ。

$$P(1 \leqq X \leqq 3) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$
$$= \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

(3) 期待値 $E(X)$ を求めよ。

$$E(X) = 0 \cdot \frac{1}{8} + 1 \cdot \frac{3}{8} + 2 \cdot \frac{3}{8} + 3 \cdot \frac{1}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

2　500円玉と100円玉を1枚ずつ投げるとき，表の出た硬貨の金額の和を X 円とする。次の問いに答えよ。

(1) 確率変数 X の確率分布を求めよ。

500円	100円	X
お	お	→ 600円
お	う	→ 500円
う	お	→ 100円
う	う	→ 0円

X	0	100	500	600	計
$P(X)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1
$XP(X)$	0	$\frac{100}{4}$	$\frac{500}{4}$	$\frac{600}{4}$	$\frac{1200}{4}$

(2) 確率 $P(X=100)$ を求めよ。

$$P(X=100) = \frac{1}{4}$$

(3) 期待値 $E(X)$ を求めよ。

$$E(X) = 0 \cdot \frac{1}{4} + 100 \cdot \frac{1}{4} + 500 \cdot \frac{1}{4} + 600 \cdot \frac{1}{4}$$
$$= \frac{1200}{4} = 300$$

ショートトライアル　確率分布　2

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　袋の中に赤玉2個と白玉3個が入っている。この中から3個の玉を同時に取り出すとき，赤玉の個数を X とする。次の問いに答えよ。

(1) 確率 $P(X=1)$ を求めよ。

(2) 確率 $P(X=2)$ を求めよ。

(3) 確率変数 X の確率分布を求めよ。

(4) 期待値 $E(X)$ を求めよ。

(5) 分散 $V(X)$ を求めよ。

(6) 標準偏差 $\sigma(X)$ を求めよ。

1　袋の中に赤玉2個と白玉3個が入っている。この中から3個の玉を同時に取り出すとき，赤玉の個数を X とする。次の問いに答えよ。

(1) 確率 $P(X=1)$ を求めよ。

$$\underset{\text{赤1白2}}{P(X=1)} = \frac{{}_2C_1 \times {}_3C_2}{{}_5C_3} = \frac{2\times 3}{10} = \frac{3}{5}$$

(2) 確率 $P(X=2)$ を求めよ。

$$\underset{\text{赤2白1}}{P(X=2)} = \frac{{}_2C_2 \times {}_3C_1}{{}_5C_3} = \frac{1\times 3}{10} = \frac{3}{10}$$

(3) 確率変数 X の確率分布を求めよ。

$$\underset{\text{赤0白3}}{P(X=0)} = \frac{{}_3C_3}{{}_5C_3} = \frac{1}{10}$$

X	0	1	2	計
$P(X)$	$\frac{1}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{3}{10}$	1

$\frac{3}{5}$ でもよいが (4) のことを考えると分母をそろえておく方がよい。

(4) 期待値 $E(X)$ を求めよ。

$$E(X) = 0\cdot\frac{1}{10} + 1\cdot\frac{6}{10} + 2\cdot\frac{3}{10}$$
$$= \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

(5) 分散 $V(X)$ を求めよ。

$$E(X^2) = 0^2\cdot\frac{1}{10} + 1^2\cdot\frac{6}{10} + 2^2\cdot\frac{3}{10} = \frac{18}{10} = \frac{9}{5}$$

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = \frac{9}{5} - \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{45-36}{25} = \frac{9}{25}$$

分散 = (2乗の平均) − (平均の2乗)

〈別解〉

$$V(X) = \left(0-\frac{6}{5}\right)^2\cdot\frac{1}{10} + \left(1-\frac{6}{5}\right)^2\cdot\frac{6}{10} + \left(2-\frac{6}{5}\right)^2\cdot\frac{3}{10}$$
$$= \frac{36}{25}\cdot\frac{1}{10} + \frac{1}{25}\cdot\frac{6}{10} + \frac{16}{25}\cdot\frac{3}{10} = \frac{90}{250} = \frac{9}{25}$$

(6) 標準偏差 $\sigma(X)$ を求めよ。

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$$

ショートトライアル　確率分布　3

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　1個のさいころを1回投げたときに出る目を X とする。次の問いに答えよ。

(1) 確率 $P(X \geqq 5)$ を求めよ。

(2) 確率変数 X の確率分布を求めよ。

(3) 期待値 $E(X)$ を求めよ。

(4) 分散 $V(X)$ を求めよ。

(5) 標準偏差 $\sigma(X)$ を求めよ。

(6) このとき，確率変数 $Y = 3X - 1$ の期待値と分散と標準偏差を求めよ。

1　1個のさいころを1回投げたときに出る目を X とする。次の問いに答えよ。

(1) 確率 $P(X \geqq 5)$ を求めよ。

$$P(X \geqq 5) = P(X=5) + P(X=6) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

(2) 確率変数 X の確率分布を求めよ。

X	1	2	3	4	5	6	計
$P(X)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

(3) 期待値 $E(X)$ を求めよ。

$$E(X) = 1 \times \frac{1}{6} + 2 \times \frac{1}{6} + 3 \times \frac{1}{6} + 4 \times \frac{1}{6} + 5 \times \frac{1}{6} + 6 \times \frac{1}{6}$$
$$= \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$$

(4) 分散 $V(X)$ を求めよ。

$$E(X^2) = 1^2 \times \frac{1}{6} + 2^2 \times \frac{1}{6} + 3^2 \times \frac{1}{6} + 4^2 \times \frac{1}{6} + 5^2 \times \frac{1}{6} + 6^2 \times \frac{1}{6}$$
$$= \frac{91}{6}$$
$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2 = \frac{91}{6} - \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{35}{12}$$

分散 = (2乗の平均) − (平均の2乗)

〈別解〉

$$V(X) = \left(1 - \frac{7}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} + \left(2 - \frac{7}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} + \left(3 - \frac{7}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{6}$$
$$+ \left(4 - \frac{7}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} + \left(5 - \frac{7}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} + \left(6 - \frac{7}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{35}{12}$$

(5) 標準偏差 $\sigma(X)$ を求めよ。

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{\frac{35}{12}} = \frac{\sqrt{35}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{105}}{6}$$

(6) このとき，確率変数 $Y = 3X - 1$ の期待値と分散と標準偏差を求めよ。

$$E(Y) = E(3X-1) = 3E(X) - 1$$
$$= 3 \times \frac{7}{2} - 1 = \frac{19}{2}$$
$$V(Y) = V(3X-1) = 3^2 \times V(X) = 9 \times \frac{35}{12} = \frac{105}{4}$$
$$\sigma(Y) = \sigma(3X-1) = |3|\sigma(X) = 3 \times \frac{\sqrt{105}}{6} = \frac{\sqrt{105}}{2}$$

(別解) $\sigma(Y) = \sqrt{V(Y)} = \sqrt{\frac{105}{4}} = \frac{\sqrt{105}}{2}$

ショートトライアル　確率分布　4

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　1枚の硬貨を2回続けて投げる試行で，表の出る回数を X 回とする。次の問いに答えよ。

(1) 確率変数 X の確率分布を求めよ。

(2) 期待値，分散，標準偏差を求めよ。

(3) このとき，確率変数 $Y=-2X+3$ の期待値，分散，標準偏差を求めよ。

2　ある確率変数 X に対して，確率変数 $Y=2X+1$ の平均が0，標準偏差が1になった。X の平均と分散を求めよ。

1　1枚の硬貨を2回続けて投げる試行で，表の出る回数を X 回とする。次の問いに答えよ。

(1) 確率変数 X の確率分布を求めよ。

X	0	1	2	計
$P(X)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$xP(x)$	0	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{4}$	1
$x^2P(x)$	0	$\frac{2}{4}$	$\frac{4}{4}$	$\frac{6}{4}$

(2) 期待値，分散，標準偏差を求めよ。

$E(X)=0\times\frac{1}{4}+1\times\frac{2}{4}+2\cdot\frac{1}{4}=\frac{4}{4}=1$

$E(X^2)=0^2\times\frac{1}{4}+1^2\times\frac{2}{4}+2^2\times\frac{1}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2=\frac{3}{2}-1^2=\frac{1}{2}$

$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

〈別解〉

$V(X)=(0-1)^2\times\frac{1}{4}+(1-1)^2\times\frac{2}{4}+(2-1)^2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$

(3) このとき，確率変数 $Y=-2X+3$ の期待値，分散，標準偏差を求めよ。

$E(Y)=E(-2X+3)=-2E(X)+3=-2\times1+3=1$

$V(Y)=V(-2X+3)=(-2)^2V(X)=4\times\frac{1}{2}=2$

$\sigma(Y)=V(-2X+3)=|-2|\sigma(X)=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

2　ある確率変数 X に対して，確率変数 $Y=2X+1$ の平均が0，標準偏差が1になった。X の平均と分散を求めよ。

$E(Y)=0$ より　$E(2X+1)=0$

$2E(X)+1=0$

$\therefore E(X)=-\frac{1}{2}$

$\sigma(Y)=1$ より　$V(Y)=\{\sigma(Y)\}^2=1$ ← $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$ だから

$V(Y)=1$ より　$V(2X+1)=1$

$2^2V(X)=1$

$V(X)=\frac{1}{4}$

以上より平均は $E(X)=-\frac{1}{2}$，分散は $V(X)=\frac{1}{4}$

ショートトライアル　確率分布　5

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の問いに答えよ。

(1) 10 円玉硬貨 3 枚を同時に投げるとき，表の出る枚数を Y とする。このとき，確率変数 Y の確率分布を求めよ。

(2) X の期待値と分散を求めよ。

(3) 100 円玉硬貨 2 枚を同時に投げるとき，表の出る枚数を X とする。このとき，確率変数 X の確率分布を求めよ。

(4) Y の期待値と分散を求めよ。

(5) 10 円玉硬貨 3 枚と 100 円玉硬貨 2 枚を同時に投げるとき，表の出る硬貨の金額の和の平均と分散を求めよ。

1　次の問いに答えよ。

(1) 10 円玉硬貨 3 枚を同時に投げるとき，表の出る枚数を X とする。このとき，確率変数 X の確率分布を求めよ。

X	0	1	2	3	計
$P(x)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	1

(2) X の期待値と分散を求めよ。

$E(x)=0\cdot\frac{1}{8}+1\cdot\frac{3}{8}+2\cdot\frac{3}{8}+3\cdot\frac{1}{8}=\frac{12}{8}=\underline{\frac{3}{2}}$ //

$E(x^2)=0^2\cdot\frac{1}{8}+1^2\cdot\frac{3}{8}+2^2\cdot\frac{3}{8}+3^2\cdot\frac{1}{8}=\frac{24}{8}=3$

$V(x)=E(x^2)-\{E(x)\}^2=3-\left(\frac{3}{2}\right)^2=\underline{\frac{3}{4}}$ //

〈別解〉 X は $B(3,\frac{1}{2})$ に従うので

$E(x)=3\times\frac{1}{2}=\underline{\frac{3}{2}}$ //

$V(x)=3\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\underline{\frac{3}{4}}$ //

(3) 100 円玉硬貨 2 枚を同時に投げるとき，表の出る枚数を Y とする。このとき，確率変数 Y の確率分布を求めよ。

X	0	1	2	計
$P(x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

(4) Y の期待値と分散を求めよ。

$E(x)=0\cdot\frac{1}{4}+1\cdot\frac{2}{4}+2\cdot\frac{1}{4}=1$

$E(x^2)=0^2\cdot\frac{1}{4}+1^2\cdot\frac{2}{4}+2^2\cdot\frac{1}{4}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

$V(x)=E(x^2)-\{E(x)\}^2=\frac{3}{2}-1^2=\underline{\frac{1}{2}}$ //

〈別解〉 X は $B(2,\frac{1}{2})$ に従うので

$E(x)=2\times\frac{1}{2}=\underline{1}$ //

$V(x)=2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\underline{\frac{1}{2}}$ //

(5) 10 円玉硬貨 3 枚と 100 円玉硬貨 2 枚を同時に投げるとき，表の出る硬貨の金額の和の平均と分散を求めよ。

$E(10X+100Y)=10E(x)+100E(Y)$

$=10\times\frac{3}{2}+100\times1=\underline{115}$ //

X と Y は独立なので

$V(10X+100Y)=10^2V(x)+100^2V(Y)$

$=100\times\frac{3}{4}+10000\times\frac{1}{2}$

$=75+5000=\underline{5075}$ //

ショートトライアル　確率分布　6

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　互いに独立な確率変数 X，Y について期待値が $E(X)=1$，$E(Y)=\frac{4}{5}$，分散が $V(X)=\frac{1}{3}$，$V(Y)=\frac{9}{25}$ である。次の問いに答えよ。

(1) 確率変数 $3X+2Y$ と XY の期待値を求めよ。

(2) 確率変数 $3X+2Y$ の分散を求めよ。

2　1 個のさいころを 120 回投げるとき，3 の倍数の目が出る回数を X とする。X の期待値と標準偏差を求めよ。

3　1 枚の硬貨を 100 回投げるとき，表が出る回数を X とする。X の期待値と標準偏差を求めよ。

1　互いに独立な確率変数 X，Y について期待値が $E(X)=1$，$E(Y)=\frac{4}{5}$，分散が $V(X)=\frac{1}{3}$，$V(Y)=\frac{9}{25}$ である。次の問いに答えよ。

(1) 確率変数 $3X+2Y$ と XY の期待値を求めよ。

$E(3X+2Y)=3E(X)+2E(Y)$

$=3\times1+2\times\frac{4}{5}=\frac{23}{5}$ //

XとYは独立なので

$E(XY)=E(X)\times E(Y)=1\times\frac{4}{5}=\frac{4}{5}$ //

(2) 確率変数 $3X+2Y$ の分散を求めよ。

XとYは独立なので

$V(3X+2Y)=3^2V(X)+2^2V(Y)$

$=9\times\frac{1}{3}+4\times\frac{9}{25}=\frac{111}{25}$ //

2　1 個のさいころを 120 回投げるとき，3 の倍数の目が出る回数を X とする。X の期待値と標準偏差を求めよ。

Xは$B(120,\frac{1}{3})$に従うから

$E(X)=120\times\frac{1}{3}=40$ //

$\sigma(X)=\sqrt{120\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}}=\frac{4\sqrt{15}}{3}$ //

3　1 枚の硬貨を 100 回投げるとき，表が出る回数を X とする。X の期待値と標準偏差を求めよ。

Xは$B(100,\frac{1}{2})$に従うから

$E(X)=100\times\frac{1}{2}=50$ //

$\sigma(X)=\sqrt{100\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}=5$ //

ショートトライアル　確率分布　7

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

教科書等の正規分布表を見ながら解答してください。

1　確率変数 Z が標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うとき，次の確率を求めよ。

(1) $P(0 \leqq Z \leqq 1) = 0.$ **アイウエ**

(2) $P(-1 \leqq Z \leqq 2) = 0.$ **オカキク**

(3) $P(Z \leqq -3) = 0.$ **ケコサシ**

(4) $P(|Z| \leqq 2) = 0.$ **スセソタ**

2　確率変数 X が正規分布 $N(50,\ 4^2)$ に従うとき，次の確率を求めよ。

(1) $P(50 \leqq X \leqq 54) = 0.$ **アイウエ**

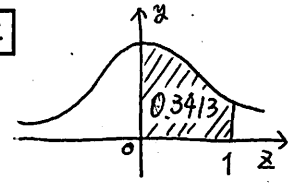
(2) $P(X \leqq 62) = 0.$ **オカキク**

(3) $P(X \leqq 48) = 0.$ **ケコサシ**

1　確率変数 Z が標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うとき，次の確率を求めよ。

(1) $P(0 \leqq Z \leqq 1) = 0.$ **アイウエ**

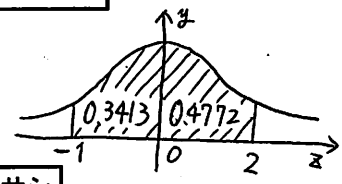
(与式) $= 0.3413$ アイウエ



(2) $P(-1 \leqq Z \leqq 2) = 0.$ **オカキク**

(与式) $= 0.3413 + 0.4772$

$= 0.8185$ オカキク

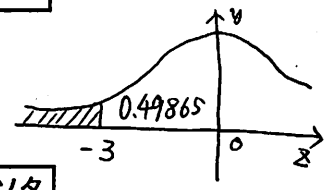


(3) $P(Z \leqq -3) = 0.$ **ケコサシ**

(与式) $= 0.5 - 0.49865$

$= 0.00135$

$\fallingdotseq 0.0014$ ケコサシ

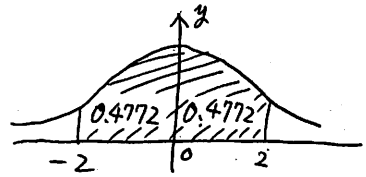


(4) $P(|Z| \leqq 2) = 0.$ **スセソタ**

(与式) $= P(-2 \leqq Z \leqq 2)$

$= 0.4772 \times 2$

$= 0.9544$ スセソタ



2　確率変数 X が正規分布 $N(50,\ 4^2)$ に従うとき，次の確率を求めよ。

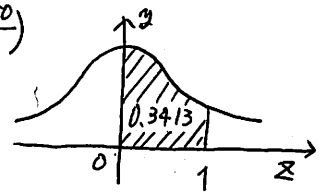
(1) $P(50 \leqq X \leqq 54) = 0.$ **アイウエ**

$Z = \dfrac{X-50}{4}$ とおくと Z は $N(0,1)$ に従う

(与式) $= P\left(\dfrac{50-50}{4} \leqq \dfrac{X-50}{4} \leqq \dfrac{54-50}{4}\right)$

$= P(0 \leqq Z \leqq 1)$

$= 0.3413$ アイウエ



(2) $P(X \leqq 62) = 0.$ **オカキク**

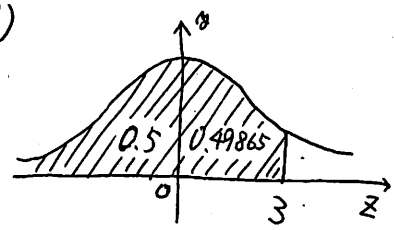
(与式) $= P\left(\dfrac{X-50}{4} \leqq \dfrac{62-50}{4}\right)$

$= P(Z \leqq 3)$

$= 0.5 + 0.49865$

$= 0.99865$

$\fallingdotseq 0.9987$ オカキク



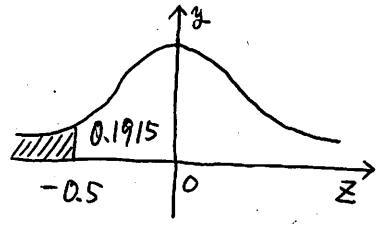
(3) $P(X \leqq 48) = 0.$ **ケコサシ**

(与式) $= P\left(\dfrac{X-50}{4} \leqq \dfrac{48-50}{4}\right)$

$= P(Z \leqq -0.5)$

$= 0.5 - 0.1915$

$= 0.3085$ ケコサシ



ショートトライアル　確率分布　8

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

教科書等の正規分布表を見ながら解答してください。

1　確率変数 Z が標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うとき，次の確率を求めよ。

(1) $P(-3 \leqq Z \leqq 1) = 0.$ **アイウエ**

(2) $P(|\,Z\,| \leqq 1.96) = 0.$ **オカキク**

2　確率変数 X が正規分布 $N(30,\ 2^2)$ に従うとき，次の確率を求めよ。

(1) $P(X \geqq 34) = 0.$ **アイウエ**

(2) $P(24 \leqq X \leqq 36) = 0.$ **オカキク**

3　確率変数 X が正規分布 $N(40,\ 3^2)$ に従うとき，次の等式が成り立つように，正の定数 a の値を定めよ。

(1) $P(X \geqq a) = 0.0228$

(2) $P(|\,X - 40\,| \leqq a) = 0.6826$

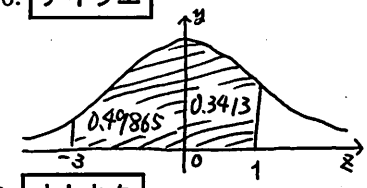
1　確率変数 Z が標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うとき，次の確率を求めよ。

(1) $P(-3 \leqq Z \leqq 1) = 0.$ **アイウエ**

(与式) $= 0.49865 + 0.3413$

$= 0.83995$

$\fallingdotseq 0.8400$ アイウエ



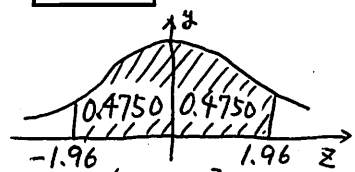
(2) $P(|\,Z\,| \leqq 1.96) = 0.$ **オカキク**

(与式) $= P(-1.96 \leqq Z \leqq 1.96)$

$= 0.4750 \times 2$

$= 0.9500$ オカキク

※95%信頼区間はここから作られている。



2　確率変数 X が正規分布 $N(30,\ 2^2)$ に従うとき，次の確率を求めよ。

(1) $P(X \geqq 34) = 0.$ **アイウエ**

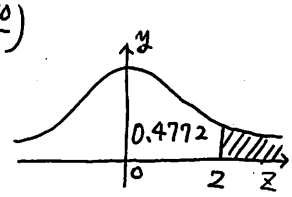
$Z = \frac{X-30}{2}$ とおくと Z は $N(0,1)$ に従う

(与式) $= P\left(\frac{X-30}{2} \geqq \frac{34-30}{2}\right)$

$= P(Z \geqq 2)$

$= 0.5 - 0.4772$

$= 0.0228$ アイウエ



(2) $P(24 \leqq X \leqq 36) = 0.$ **オカキク**

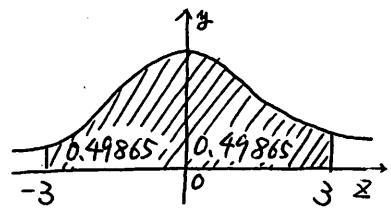
(与式) $= P\left(\frac{24-30}{2} \leqq \frac{X-30}{2} \leqq \frac{36-30}{2}\right)$

$= P(-3 \leqq Z \leqq 3)$

$= 0.49865 \times 2$

$= 0.99730$

$\fallingdotseq 0.9973$ オカキク



3　確率変数 X が正規分布 $N(40,\ 3^2)$ に従うとき，次の等式が成り立つように，正の定数 a の値を定めよ。

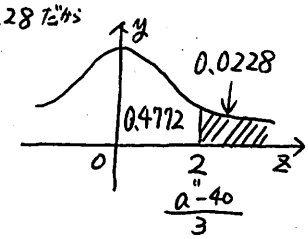
(1) $P(X \geqq a) = 0.0228$

$Z = \frac{X-40}{3}$ とおくと Z は $N(0,1)$ に従う

等式より $P\left(\frac{X-40}{3} \geqq \frac{a-40}{3}\right) = 0.0228$ だから

$P\left(Z \geqq \frac{a-40}{3}\right) = 0.5 - 0.4772$

表より $\frac{a-40}{3} = 2$ だから $a = 46$



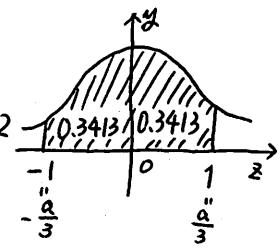
(2) $P(|\,X - 40\,| \leqq a) = 0.6826$

等式より $P(-a \leqq X-40 \leqq a) = 0.6826$

$P\left(-\frac{a}{3} \leqq \frac{X-40}{3} \leqq \frac{a}{3}\right) = 0.6826$

$P\left(-\frac{a}{3} \leqq Z \leqq \frac{a}{3}\right) = 0.3413 \times 2$

表より $\frac{a}{3} = 1$ だから $a = 3$



ショートトライアル　確率分布　9

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

教科書等の正規分布表を見ながら解答してください。

1　ある高校の3年生の女子100人の身長の平均は158cm，標準偏差4cmの正規分布と見なせるという。

(1) 身長が154cm以上166cm以下である生徒の割合は約 **アイ** . **ウ** %である。

(2) 身長が150cm以下である生徒の割合は約 **エ** . **オ** %である。

(3) 身長が高い方から10人の中に入るには，約 **カキク** cm以上が必要である。

(4) 身長が低い方から15人の中に入るには，約 **ケコサ** cm以下が必要である。

1　ある高校の3年生の女子100人の身長の平均は158cm，標準偏差4cmの正規分布と見なせるという。

(1) 身長が154cm以上166cm以下である生徒の割合は約 **アイ** . **ウ** %である。

身長X cmとするとXは$N(158, 4^2)$に従う。

$Z = \frac{X-158}{4}$ とおくと Zは$N(0,1)$に従う

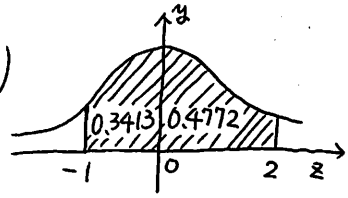
$P(154 \leqq X \leqq 166)$

$= P\left(\frac{154-158}{4} \leqq \frac{X-158}{4} \leqq \frac{166-158}{4}\right)$

$= P(-1 \leqq Z \leqq 2)$

$= 0.3413 + 0.4772$

$= 0.8185$　よって 81.9% アイウ



(2) 身長が150cm以下である生徒の割合は約 **エ** . **オ** %である。

$P(X \leqq 150)$

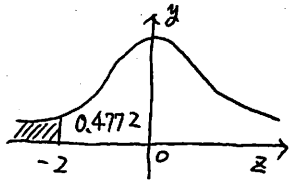
$= P\left(\frac{X-150}{4} \leqq \frac{150-158}{4}\right)$

$= P(Z \leqq -2)$

$= 0.5 - 0.4772$

$= 0.0228$

よって 2.3% エオ



(3) 身長が高い方から10人の中に入るには，約 **カキク** cm以上が必要である。

高い方から10人目の身長をx cmとする。

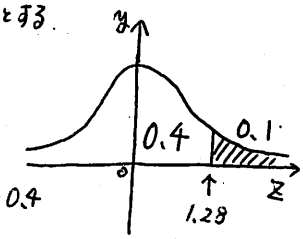
$P(X \geqq x) = \frac{10}{100} = 0.1$

$P\left(\frac{X-158}{4} \geqq \frac{x-158}{4}\right) = 0.1$

$P\left(Z \geqq \frac{x-158}{4}\right) = 0.5 - 0.4$

表より $\frac{x-158}{4} = 1.28$ だから $x = 163.12$

よって 約163 cm以上 カキク



※1.28の方が1.29より0.4に近くなる

(4) 身長が低い方から15人の中に入るには，約 **ケコサ** cm以下が必要である。

低い方から15人目の身長をx cmとする。

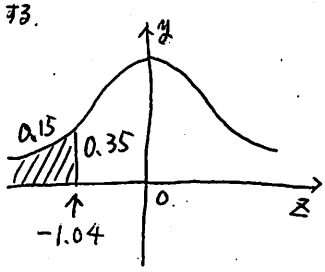
$P(X \leqq x) = \frac{15}{100} = 0.15$

$P\left(Z \leqq \frac{x-158}{4}\right) = 0.5 - 0.35$

表より $\frac{x-158}{4} = -1.04$ だから

$x = 153.84$

よって 約154 cm以下 ケコサ



※−1.03にしても $x = 153.88$ でOK
−1.04の方が0.3500に近いから選んだ。

ショートトライアル　確率分布　１０

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

教科書等の正規分布表を見ながら解答してください。

1　ある高校の２年生 200 人の定期考査の得点の分布は平均が 75 点，標準偏差 3 点の正規分布とみなせるという。

(1) 得点が 69 点以上 75 点以下である生徒の割合は $\boxed{\text{アイ}}.\boxed{\text{ウ}}$ %である。

(2) 得点が高い方から 40 人の中に入るには，約 $\boxed{\text{エオ}}$ 点以上が必要である。

2　赤玉２個と白玉８個の入った袋から玉を１個取り出してもとに戻す操作を 100 回くり返すとき，赤玉の出る回数を X とする。

X は $B\left(\boxed{\text{アイウ}}, \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\right)$ に従うので，

X は $N\left(\boxed{\text{カキ}}, \boxed{\text{ク}}^2\right)$ に従う。

$Z = \dfrac{X - \boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ とおくと，

Z は $N(\boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コ}})$ に従う。

試行の回数 $\boxed{\text{サシス}}$ 回は十分に大きいから，確率を正規分布による近似によって求めることができるので，この操作で赤玉の出る回数が 18 回以上 24 回以下である確率は，

$P(18 \leqq X \leqq 24) = 0.\boxed{\text{セソタチ}}$ である。

1　ある高校の２年生 200 人の定期考査の得点の分布は平均が 75 点，標準偏差 3 点の正規分布とみなせるという。

(1) 得点が 69 点以上 75 点以下である生徒の割合は $\boxed{\text{アイ}}.\boxed{\text{ウ}}$ %である。

得点を X 点とすると　X は $N(75, 3^2)$ に従うから

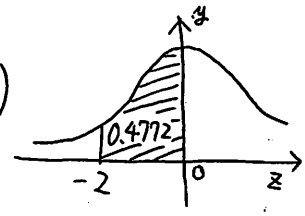
$Z = \dfrac{X-75}{3}$ とおくと　Z は $N(0, 1)$ に従う。

$P(69 \leqq X \leqq 75)$

$= P\left(\dfrac{69-75}{3} \leqq \dfrac{X-75}{3} \leqq \dfrac{75-75}{3}\right)$

$= P(-2 \leqq X \leqq 0)$

$= 0.4772$ よって $\underset{\text{アイウ}}{47.7}$ %



(2) 得点が高い方から 40 人の中に入るには，約 $\boxed{\text{エオ}}$ 点以上が必要である。

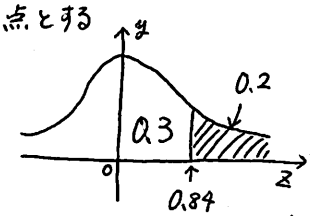
高い方から 40 人目の得点を x 点とする

$P(X \geqq x) = \dfrac{40}{200} = 0.2$

$P\left(\dfrac{X-75}{3} \geqq \dfrac{x-75}{3}\right) = 0.5 - 0.3$

表より $\dfrac{x-75}{3} = 0.84$ だから

$x = 77.52$　よって $\underset{\text{エオ}}{78}$ 点



(一番近い値でよい)
0.2995 が 0.84
0.3023 が 0.85

2　赤玉２個と白玉８個の入った袋から玉を１個取り出してもとに戻す操作を 100 回くり返すとき，赤玉の出る回数を X とする。

X は $B\left(\underset{\text{アイウ}}{100}, \underset{\text{エオ}}{\dfrac{1}{5}}\right)$ に従う

X は $B\left(\boxed{\text{アイウ}}, \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\right)$ に従うので，

$E(X) = 100 \times \dfrac{1}{5} = 20$

$V(X) = 100 \times \dfrac{1}{5} \times \dfrac{4}{5} = 16$

$\sigma(X) = \sqrt{16} = 4$ より

X は $N\left(\boldsymbol{\underset{\text{カキ}}{20}}, \boldsymbol{\underset{\text{ク}}{4}}^2\right)$ に従う

X は $N\left(\boxed{\text{カキ}}, \boxed{\text{ク}}^2\right)$ に従う。

$Z = \dfrac{X - \boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ とおくと，

$Z = \dfrac{X-20}{4}$ とおくと

Z は $N(\underset{\text{ケ}}{0}, \underset{\text{コ}}{1})$ に従う

Z は $N(\boxed{\text{ケ}}, \boxed{\text{コ}})$ に従う。

試行の回数 $\boxed{\text{サシス}}$ 回は十分に大きいから，確率を正規分布による近似によって求めることができるので，この操作で赤玉の出る回数が 18 回以上 24 回以下である確率は，

$P(18 \leqq X \leqq 24) = 0.\boxed{\text{セソタチ}}$ である。

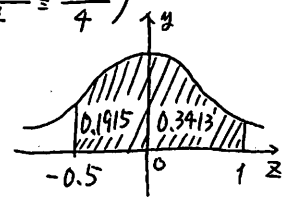
$\underset{\text{サシス}}{100}$ 回は十分に大きいから 正規分布表で求めることができる

$P(18 \leqq X \leqq 24) = P\left(\dfrac{18-20}{4} \leqq \dfrac{X-20}{4} \leqq \dfrac{24-20}{4}\right)$

$= P(-0.5 \leqq Z \leqq 1)$

$= 0.1915 + 0.3413$

$= \underset{\text{セソタチ}}{0.5328}$



ショートトライアル　確率分布　１１

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　数直線上で，点Pが原点Oの位置にある。硬貨を投げて，表が出たら +1 だけ，裏が出たら −1 だけ移動する。硬貨を続けて3回投げるとき，点Pの座標を X とする。次の問いに答えよ。

(1) 硬貨を続けて3回投げるとき，表が出た枚数を Y とする。Y の期待値と分散を求めよ。

(2) X の期待値と分散を求めよ。

教科書等の正規分布表を見ながら解答してください。

2　重さが平均50kg，標準偏差3kgの正規分布に従う生物集団があるとする。

(1) 重さが47kgから56kgまでのものは全体の $\boxed{アイ}$.$\boxed{ウエ}$ %である。

(2) 4つの個体を無作為に取り出したとき，標本平均が53kg以上となる確率は0.$\boxed{オカキク}$ である。

1　数直線上で，点Pが原点Oの位置にある。硬貨を投げて，表が出たら +1 だけ，裏が出たら −1 だけ移動する。硬貨を続けて3回投げるとき，点Pの座標を X とする。次の問いに答えよ。

(1) 硬貨を続けて3回投げるとき，表が出た枚数を Y とする。Y の期待値と分散を求めよ。

Y は $B(3, \frac{1}{2})$ に従う

$E(Y) = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$V(Y) = 3 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

(2) X の期待値と分散を求めよ。

(1)より 表が出た枚数 Y のとき
裏が出た枚数 $3-Y$ だから

$X = +1 \times Y + (-1) \times (3-Y) = 2Y-3$

$E(X) = E(2Y-3) = 2E(Y) - 3 = 2 \times \frac{3}{2} - 3 = 0$

$V(X) = V(2Y-3) = 2^2 V(Y) = 4 \times \frac{3}{4} = 3$

2　重さが平均50kg，標準偏差3kgの正規分布に従う生物集団があるとする。

(1) 重さが47kgから56kgまでのものは全体の $\boxed{アイ}$.$\boxed{ウエ}$ %である。

重さ Xkg とすると X は $N(50, 3^2)$ に従う

$Z = \frac{X-50}{3}$ とおくと Z は $N(0, 1)$ に従う

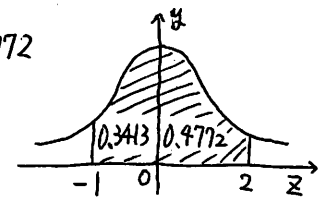
$P(47 \leqq X \leqq 56) = P\left(\frac{47-50}{3} \leqq \frac{X-50}{3} \leqq \frac{56-50}{3}\right)$

$= P(-1 \leqq Z \leqq 2)$

$= 0.3413 + 0.4772$

$= 0.8185$

よって 81.85 %
アイ　ウエ



(2) 4つの個体を無作為に取り出したとき，標本平均が53kg以上となる確率は0.$\boxed{オカキク}$ である。

標本平均を $\bar{X}$ とすると $\bar{X}$ は $N\left(50, \frac{3^2}{4}\right)$ すなわち $N\left(50, \left(\frac{3}{2}\right)^2\right)$ に従う

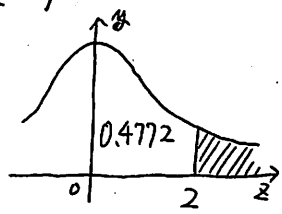
$Z = \frac{\bar{X}-50}{\frac{3}{2}}$ とおくと Z は $N(0, 1)$ に従う

$P(\bar{X} \geqq 53) = P\left(\frac{\bar{X}-50}{\frac{3}{2}} \geqq \frac{53-50}{\frac{3}{2}}\right)$

$= P(Z \geqq 2)$

$= 0.5 - 0.4772$

$= 0.0228$
オカキク



ショートトライアル　確率分布　１２

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

教科書等の正規分布表を見ながら解答してください。

1　ある高校の男子生徒を母集団とするとき，その身長は平均 165cm，標準偏差 4cm の正規分布に従うという。次の各問いに答えよ。

(1) この母集団で身長が上位 5%の者は

アイウ．**エオ** cm 以上と考えられる。

(2) この母集団から無作為に 64 人の標本を抽出したとき，その標本平均が 164cm 以上でかつ 166cm 以下である確率は 0.**カキクケ** である。

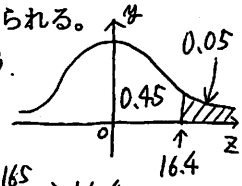
2　ある工場で製造される製品の中から任意に 100 個を抽出し，その質量を測定したところ平均 34.5g を得た。母標準偏差を 2.0g として，この工場の製品の質量 m に対する信頼度 95%の信頼区間を，小数第 3 位を四捨五入して求めると [**コサ**．**シス**，**セソ**．**タチ**] である。

3　ある工場で製造される製品の中から任意に 900 個を抽出し，その質量を測定したところ平均 12.3g を得た。母標準偏差を 4.0g として，この工場の製品の質量 m に対する信頼度 95%の信頼区間を，小数第 3 位を四捨五入して求めると [**ツテ**．**トナ**，**ニヌ**．**ネノ**] である。

1　ある高校の男子生徒を母集団とするとき，その身長は平均 165cm，標準偏差 4cm の正規分布に従うという。次の各問いに答えよ。

(1) この母集団で身長が上位 5%の者は

アイウ．**エオ** cm 以上と考えられる。



身長 X cm とする　X は $N(165,\ 4^2)$ に従う．

$Z=\dfrac{X-165}{4}$ とおくと Z は $N(0,\ 1)$ に従う．

高い方から 5%の位置の値を x とおくと

$P(X \geqq x)=0.05$　　表より $\dfrac{x-165}{4} \fallingdotseq 16.4$

$P\left(\dfrac{X-165}{4} \geqq \dfrac{x-165}{4}\right)=0.05$　　$x \fallingdotseq 171.56$

$P\left(Z \geqq \dfrac{x-165}{4}\right)=0.05$　　171.56 cm 以上

アイウ　エオ

(2) この母集団から無作為に 64 人の標本を抽出したとき，その標本平均が 164cm 以上でかつ 166cm 以下である確率は 0.**カキクケ** である。

標本平均 $\overline{X}$ とすると $\overline{X}$ は $N\left(165,\ \dfrac{4^2}{64}\right)$ すなわち $N\left(165,\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^2\right)$ に従う

$Z=\dfrac{\overline{X}-165}{\frac{1}{2}}$ とおくと Z は $N(0,1)$ に従う

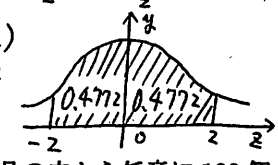
$P(164 \leqq \overline{X} \leqq 166)=P\left(\dfrac{164-165}{\frac{1}{2}} \leqq \dfrac{\overline{X}-165}{\frac{1}{2}} \leqq \dfrac{166-165}{\frac{1}{2}}\right)$

$=P(-2 \leqq Z \leqq 2)$

$=2\times 0.4772$

$=0.9544$

カキクケ



2　ある工場で製造される製品の中から任意に 100 個を抽出し，その質量を測定したところ平均 34.5g を得た。母標準偏差を 2.0g として，この工場の製品の質量 m に対する信頼度 95%の信頼区間を，小数第 3 位を四捨五入して求めると [**コサ**．**シス**，**セソ**．**タチ**] である。

$1.96\times\dfrac{2}{\sqrt{100}}=1.96\times\dfrac{2}{10}=0.392$

$34.5-0.392=34.108 \fallingdotseq 34.11$

$34.5+0.392=34.892 \fallingdotseq 34.89$

よって [34.11，34.89]

コサ　シス　セソ　タチ

3　ある工場で製造される製品の中から任意に 900 個を抽出し，その質量を測定したところ平均 12.3g を得た。母標準偏差を 4.0g として，この工場の製品の質量 m に対する信頼度 95%の信頼区間を，小数第 3 位を四捨五入して求めると [**ツテ**．**トナ**，**ニヌ**．**ネノ**] である。

$1.96\times\dfrac{4}{\sqrt{900}}=1.96\times\dfrac{4}{30}=0.26133\cdots$

$12.3-0.261=12.039 \fallingdotseq 12.04$

$12.3+0.261=12.561 \fallingdotseq 12.56$

よって [12.04，12.56]

ツテ　トナ　ニヌ　ネノ

ショートトライアル　確率分布　１３

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

教科書等の正規分布表を見ながら解答してください。

1　ある工場で製造される製品の中から任意に900個を抽出し，その質量を測定したところ平均11.3gを得た。母標準偏差を6.0gとして，この工場の製品の質量mに対する信頼度95%の信頼区間を，小数第3位を四捨五入して求めると［ アイ . ウエ , オカ . キク ］である。

2　100点満点の全国模試を受けた生徒から，無作為に選んだ400人を調査した結果，平均が64点であった。母標準偏差を16点として，全国の受験生全員の平均点mに対する信頼度95%の信頼区間は［ ケコ . サシス , セソ . タチツ ］である。ただし，全国模試の点数は正規分布に従うものとする。

3　数直線上で，点Pが原点Oの位置にある。さいころを投げて，3の倍数が出たら+3だけ，3の倍数以外が出たら−1だけ移動する。さいころを続けて4回投げるとき，点Pの座標をXとする。Xの期待値と分散を求めよ。

1　ある工場で製造される製品の中から任意に900個を抽出し，その質量を測定したところ平均11.3gを得た。母標準偏差を6.0gとして，この工場の製品の質量mに対する信頼度95%の信頼区間を，小数第3位を四捨五入して求めると［ アイ . ウエ , オカ . キク ］である。

$$1.96\times\frac{6}{\sqrt{900}}=1.96\times\frac{6}{30}=0.392$$

$$11.3-0.392=10.908\fallingdotseq10.91$$

$$11.3+0.392=11.692\fallingdotseq11.69$$

よって　［10.91 , 11.69］
アイ　ウエ　オカ　キク

2　100点満点の全国模試を受けた生徒から，無作為に選んだ400人を調査した結果，平均が64点であった。母標準偏差を16点として，全国の受験生全員の平均点mに対する信頼度95%の信頼区間は［ ケコ . サシス , セソ . タチツ ］である。ただし，全国模試の点数は正規分布に従うものとする。

$$1.96\times\frac{16}{\sqrt{400}}=1.96\times\frac{16}{20}=1.568$$

$$64-1.568=62.432$$

$$64+1.568=65.568$$

よって　［62.432 , 65.568］
ケコ　サシス　セソ　タチツ

3　数直線上で，点Pが原点Oの位置にある。さいころを投げて，3の倍数が出たら+3だけ，3の倍数以外が出たら−1だけ移動する。さいころを続けて4回投げるとき，点Pの座標をXとする。Xの期待値と分散を求めよ。

さいころを続けて4回投げたとき
3の倍数が出た回数をYとすると
3の倍数が出なかった回数は$4-Y$.
Yは$B(4,\frac{1}{3})$に従う.

$$E(Y)=4\times\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$$

$$V(Y)=4\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{9}$$

$X=+3\times Y+(-1)\times(4-Y)=4Y-4$だから

$$E(X)=E(4Y-4)=4E(Y)-4=4\times\frac{4}{3}-4=\frac{4}{3}$$

$$V(X)=V(4Y-4)=4^2V(Y)=16\times\frac{8}{9}=\frac{128}{9}$$

ショートトライアル　確率分布　１４

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

教科書等の正規分布表を見ながら解答してください。

1　200 点満点の全国模試を受けた生徒から，無作為に選んだ 100 人を調査した結果，平均が 120 点であった。母標準偏差を 4 点として，全国の受験生全員の平均点 m に対する信頼度 95%の信頼区間 [アイウ . エオ ， カキク . ケコ] である。ただし，全国模試の点数は正規分布に従うものとする。

2　ある国には，A 種，B 種の野犬が生息している。任意に 400 匹の野犬を捕まえたところ，A 種が 320 匹いた。次の問いに答えよ。

(1) この国全体で A 種の野犬の生息する比率を R とするとき，R が 78%以上，82%となる確率は 0. サシスセ である。

(2) A 種の野犬は，この国全体で何%生息していると考えられるか 95%で推定すると，少数第 2 位を四捨五入して， ソタ . チ %以上 ツテ . ト %以下生息している。

1　200 点満点の全国模試を受けた生徒から，無作為に選んだ 100 人を調査した結果，平均が 120 点であった。母標準偏差を 4 点として，全国の受験生全員の平均点 m に対する信頼度 95%の信頼区間 [アイウ . エオ ， カキク . ケコ] である。ただし，全国模試の点数は正規分布に従うものとする。

$1.96 \times \frac{4}{\sqrt{100}} = 1.96 \times \frac{4}{10} = 0.784$

$120 - 0.784 = 119.216 \fallingdotseq 119.22$

$120 + 0.784 = 120.784 \fallingdotseq 120.78$

よって [119.22 , 120.78]
アイウ エオ カキク ケコ

2　ある国には，A 種，B 種の野犬が生息している。任意に 400 匹の野犬を捕まえたところ，A 種が 320 匹いた。次の問いに答えよ。

(1) この国全体で A 種の野犬の生息する比率を R とするとき，R が 78%以上，82%となる確率は 0. サシスセ である。

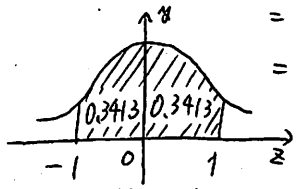
標本比率は $\frac{320}{400} = 0.8 = \frac{4}{5}$

標準偏差は $\sqrt{\frac{\frac{4}{5} \times \frac{1}{5}}{400}} = \sqrt{\frac{1}{2500}} = \frac{1}{50}$

R は $N\left(\frac{4}{5}, \left(\frac{1}{50}\right)^2\right)$ に従う．$Z = \frac{R - \frac{4}{5}}{\frac{1}{50}}$ とおくと

Z は $N(0, 1)$ に従う

$P\left(\frac{78}{100} \leqq R \leqq \frac{82}{100}\right) = P\left(\frac{\frac{78}{100} - \frac{4}{5}}{\frac{1}{50}} \leqq \frac{R - \frac{4}{5}}{\frac{1}{50}} \leqq \frac{\frac{82}{100} - \frac{4}{5}}{\frac{1}{50}}\right)$



$= P(-1 \leqq Z \leqq 1) = 0.3413 \times 2$

$= 0.6826$
サシスセ

(2) A 種の野犬は，この国全体で何%生息していると考えられるか 95%で推定すると，少数第 2 位を四捨五入して， ソタ . チ %以上 ツテ . ト %以下生息している。

$1.96 \times \sqrt{\frac{\frac{4}{5} \times \frac{1}{5}}{400}} = 1.96 \times \frac{1}{50} = 1.96 \times \frac{2}{100}$

$= 0.0392$

$0.80 - 0.392 = 0.7608 \fallingdotseq 0.761$

$0.80 + 0.392 = 0.8392 \fallingdotseq 0.839$

よって 76.1% 以上 83.9% 以下生息している
ソタ チ ツテ ト

ショートトライアル　確率分布　１５

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

教科書等の正規分布表を見ながら解答してください。

1　ある地域の男子の身長は平均が 172cm，標準偏差が 6cm であることが知られている。この地域の男子の平均値を推定するとき，信頼度 95%の信頼区間の幅を 2cm 以下にするには，**アイウ** 人以上調査する必要がある。

2　大量の商品があり，そのうちの 10%は模造品であるという。無作為に抽出した 900 個の商品の中に含まれる模造品の率を R とする。R が 9%以上 12%以下である確率は 0. **エオカキ** である。

3　ある工場から，無作為抽出で大きさ 625 の標本を選んだところ，125 個の不良品があった。製品全体の不良品の率を信頼度 95%で推定すると，少数第 4 位を四捨五入して [0. **クケコ** , 0. **サシス**] である。

1　ある地域の男子の身長は平均が 172cm，標準偏差が 6cm であることが知られている。この地域の男子の平均値を推定するとき，信頼度 95%の信頼区間の幅を 2cm 以下にするには，**アイウ** 人以上調査する必要がある。

n 人の調査をしたときの信頼区間は

$\left[172-1.96\times\frac{6}{\sqrt{n}},\ 172+1.96\times\frac{6}{\sqrt{n}}\right]$ なので

幅は $\left(172+1.96\cdot\frac{6}{\sqrt{n}}\right)-\left(172-1.96\cdot\frac{6}{\sqrt{n}}\right)=2\times1.96\cdot\frac{6}{\sqrt{n}}$

2cm 以下なので　$2\times1.96\cdot\frac{6}{\sqrt{n}}\leqq 2$

$1.96\times6\leqq\sqrt{n}$

両辺2乗して　$n\geqq1.96^2\times6^2=138.2976$

よって　139 人以上

アイウ

2　大量の商品があり，そのうちの 10%は模造品であるという。無作為に抽出した 900 個の商品の中に含まれる模造品の率を R とする。R が 9%以上 12%以下である確率は 0. **エオカキ** である。

標本比率は $0.1=\frac{1}{10}$

標準偏差は $\sqrt{\frac{\frac{1}{10}\times\frac{9}{10}}{900}}=\sqrt{\frac{1}{10000}}=\frac{1}{100}$

R は $N\left(\frac{1}{10},\left(\frac{1}{100}\right)^2\right)$ に従う．$Z=\frac{R-\frac{1}{10}}{\frac{1}{100}}$ とおくと

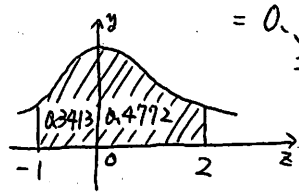
Z は $N(0,1)$ に従う

$P\left(\frac{9}{100}\leqq R\leqq\frac{12}{100}\right)=P\left(\frac{\frac{9}{100}-\frac{1}{10}}{\frac{1}{100}}\leqq\frac{R-\frac{1}{10}}{\frac{1}{100}}\leqq\frac{\frac{12}{100}-\frac{1}{10}}{\frac{1}{100}}\right)$

$=P(-1\leqq Z\leqq2)=0.3413+0.4772$

$=0.8185$

エオカキ



3　ある工場から，無作為抽出で大きさ 625 の標本を選んだところ，125 個の不良品があった。製品全体の不良品の率を信頼度 95%で推定すると，少数第 4 位を四捨五入して [0. **クケコ** , 0. **サシス**] である。

標本比率は $R=\frac{125}{625}=\frac{1}{5}=0.2$

$1.96\times\sqrt{\frac{\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}}{625}}=1.96\times\sqrt{\frac{2^2}{125^2}}=1.96\times\frac{2}{125}=1.96\times\frac{16}{1000}$

$=0.03136$

$0.2-0.03136=0.16864\fallingdotseq0.169$

$0.2+0.03136=0.23136\fallingdotseq0.231$

よって　$[0.169,\ 0.231]$

クケコ　サシス

ショートトライアル　確率分布　１６

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　確率変数 X のとる値が $0 \leqq X \leqq 4$ で，その確率密度関数 $f(x)$ が次の式で与えられている。

$$f(x) = \begin{cases} ax & (0 \leqq x \leqq 2) \\ a(4-x) & (2 \leqq x \leqq 4) \end{cases}$$

次の問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) 確率 $P(1 \leqq X \leqq 2)$ を求めよ。

(3) 平均 $m = E(X)$ を求めよ。

教科書等の正規分布表を見ながら解答してください。

2　１枚の硬貨を 900 回投げるとき，表の出る回数の信頼度 95%の信頼区間は，小数第１位を四捨五入して［ **アイウ** ， **エオカ** ］回である。

1　確率変数 X のとる値が $0 \leqq X \leqq 4$ で，その確率密度関数 $f(x)$ が次の式で与えられている。

$$f(x) = \begin{cases} ax & (0 \leqq x \leqq 2) \\ a(4-x) & (2 \leqq x \leqq 4) \end{cases}$$

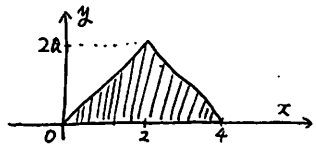
直線なので点をとってしまう方が楽

次の問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

区切りを考えると $x = 0, 2, 4$ だ

$x=0$ のとき $f(0)=0 \to (0,0)$ 通る
$x=2$ のとき $f(2)=2a \to (2,2a)$ 通る
$x=4$ のとき $f(4)=0 \to (4,0)$ 通る



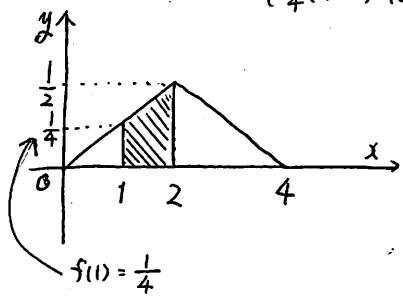
斜線部分の面積が1なので

$\frac{1}{2} \times 2a \times 4 = 1$

$\therefore a = \frac{1}{4}$ #

(2) 確率 $P(1 \leqq X \leqq 2)$ を求めよ。

$a = \frac{1}{4}$ のとき　$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x & (0 \leqq x \leqq 2) \\ \frac{1}{4}(4-x) & (2 \leqq x \leqq 4) \end{cases}$



左図より

$P(1 \leqq X \leqq 2)$

$= \frac{1}{2} \times 1 \times \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right)$

$= \frac{3}{16}$ #

(3) 平均 $m = E(X)$ を求めよ。

$$m = \int_0^4 x f(x)\,dx = \int_0^2 x \cdot \frac{1}{4}x\,dx + \int_2^4 x \cdot \frac{1}{4}(4-x)\,dx$$

$$= \frac{1}{4}\int_0^2 x^2\,dx + \frac{1}{4}\int_2^4 (4x - x^2)\,dx$$

$$= \frac{1}{4}\left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^2 + \frac{1}{4}\left[2x^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_2^4$$

$$= \frac{1}{4}\left(\frac{8}{3} - 0\right) + \frac{1}{4}\left\{\left(32 - \frac{64}{3}\right) - \left(8 - \frac{8}{3}\right)\right\}$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = 2 \ \#$$

2　１枚の硬貨を 900 回投げるとき，表の出る回数の信頼度 95%の信頼区間は，小数第１位を四捨五入して［ **アイウ** ， **エオカ** ］回である。

◎二項分布の信頼区間です．標本でも比率でもないです．

900回投げて X 回．表が出たとすると X は $B(900, \frac{1}{2})$ に従う

$E(X) = 900 \times \frac{1}{2} = 450$，$\sigma(X) = \sqrt{900 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{225} = 15$

X は $N(450, 15^2)$ に従う．（$n = 900$ は十分に大きい）

$Z = \frac{X - 450}{15}$ とおくと Z は $N(0,1)$ に従う

$P(|Z| \leqq 1.96) = 0.95$ より　$|Z| \leqq 1.96$ について

$$\left|\frac{X - 450}{15}\right| \leqq 1.96$$

$$450 - 1.96 \times 15 \leqq X \leqq 450 + 1.96 \times 15$$

$$420.6 \leqq X \leqq 479.4$$

よって求める信頼区間は

［421，479］

アイウ　エオカ

ショートトライアル　確率分布　１７

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　確率変数 X のとる値が $-4 \leqq X \leqq 2$ で，その確率密度関数 $f(x)$ が次の式で与えられている。

$$f(x) = \begin{cases} a(x+4) & (-4 \leqq x \leqq 0) \\ 2a(2-x) & (0 \leqq x \leqq 2) \end{cases}$$

次の問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) 確率 $P(-1 \leqq X \leqq 1)$ を求めよ。

(3) 平均 $m = E(X)$ を求めよ。

教科書等の正規分布表を見ながら解答してください。

2　ある世論調査で有権者 400 人を無作為抽出し，調べたところ A 党の支持者が 320 人いた。A 党の支持者の母比率 p に対して信頼度 95%の信頼区間を少数第 3 位まで求めると [0. **アイウ** , 0. **エオカ**] である。

1　確率変数 X のとる値が $-4 \leqq X \leqq 2$ で，その確率密度関数 $f(x)$ が次の式で与えられている。

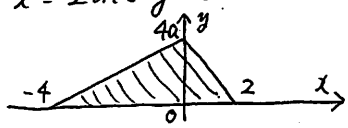
$$f(x) = \begin{cases} a(x+4) & (-4 \leqq x \leqq 0) \\ 2a(2-x) & (0 \leqq x \leqq 2) \end{cases}$$

直線なので、点を取ろう
区切りは $x=-4, 0, 2$

次の問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

$x=-4$ のとき $y=0$
$x=0$ のとき $y=4a$
$x=2$ のとき $y=0$



斜線部分の面積が 1 なので

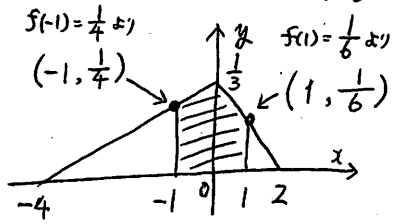
$\frac{1}{2} \times 6 \times 4a = 1$

$a = \frac{1}{12}$

(2) 確率 $P(-1 \leqq X \leqq 1)$ を求めよ。

$a = \frac{1}{12}$ のとき $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{12}(x+4) & (-4 \leqq x \leqq 0) \\ \frac{1}{6}(2-x) & (0 \leqq x \leqq 2) \end{cases}$

$f(-1) = \frac{1}{4}$ より



$f(1) = \frac{1}{6}$ より

左図より

$P(-1 \leqq X \leqq 1)$

$= \frac{1}{2} \times 1 \times \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2} \times 1 \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)$

$= \frac{7}{24} + \frac{1}{4} = \frac{13}{24}$

(3) 平均 $m = E(X)$ を求めよ。

$$m = \int_{-4}^{2} x f(x)\,dx = \int_{-4}^{0} x \cdot \frac{1}{12}(x+4)\,dx + \int_{0}^{2} x \cdot \frac{1}{6}(2-x)\,dx$$

$$= \frac{1}{12}\int_{-4}^{0}(x^2+4x)\,dx + \frac{1}{6}\int_{0}^{2}(2x-x^2)\,dx$$

$$= \frac{1}{12}\left[\frac{x^3}{3}+2x^2\right]_{-4}^{0} + \frac{1}{6}\left[x^2-\frac{x^3}{3}\right]_{0}^{2}$$

$$= \frac{1}{12}\left\{0-\left(-\frac{64}{3}+32\right)\right\} + \frac{1}{6}\left\{\left(4-\frac{8}{3}\right)-0\right\} = -\frac{2}{3}$$

教科書等の正規分布表を見ながら解答してください。

2　ある世論調査で有権者 400 人を無作為抽出し，調べたところ A 党の支持者が 320 人いた。A 党の支持者の母比率 p に対して信頼度 95%の信頼区間を少数第 3 位まで求めると [0. **アイウ** , 0. **エオカ**] である。

$R = \frac{320}{400} = \frac{4}{5} = 0.8$

$\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}} = \sqrt{\frac{\frac{4}{5} \times \frac{1}{5}}{400}} = \frac{1}{50} = 0.02$

$0.8 - 1.96 \times 0.02 = 0.8 - 0.0392 = 0.7608 \fallingdotseq 0.761$

$0.8 + 1.96 \times 0.02 = 0.8 + 0.0392 = 0.8392 \fallingdotseq 0.839$

よって　[0.761 , 0.839]
アイウ　エオカ

ショートトライアル　確率分布　１８

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

教科書等の正規分布表を見ながら解答してください。

1　1個のさいころを180回投げて，1の目が出る回数を X とする。次の問いに答えよ。

X は $B\left(\boxed{\text{アイウ}},\ \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\right)$ に従うので，

X は $N\left(\boxed{\text{カキ}},\ \boxed{\text{ク}}^2\right)$ に従う。

$Z=\dfrac{X-\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ とおくと，

Z は $N(\boxed{\text{ケ}},\ \boxed{\text{コ}})$ に従う。

試行の回数 $\boxed{\text{サシス}}$ 回は十分に大きいから，確率を正規分布による近似によって求めることができるので，この操作で1の目が出る回数が40回以上である確率は，

$P(X \geqq 40)=0.\boxed{\text{セソタチ}}$ である。

2　ある世論調査で900人の有権者を無作為抽出し，調べたところA党の支持者が324人いた。次の問いに答えよ。

(1) 信頼度99%の信頼区間を少数第3位まで求めると $[0.\boxed{\text{アイウ}},\ 0.\boxed{\text{エオカ}}]$ である。

(2) 信頼度99%の信頼区間の幅を L_A，信頼度95%の信頼区間の幅を L_B とする。このとき $\dfrac{L_A}{L_B}=\boxed{\text{キ}}.\boxed{\text{ク}}$ である。

1　1個のさいころを180回投げて，1の目が出る回数を X とする。次の問いに答えよ。

X は $B\left(\boxed{\text{アイウ}},\ \dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}\right)$ に従うので，

X は $N\left(\boxed{\text{カキ}},\ \boxed{\text{ク}}^2\right)$ に従う。

$Z=\dfrac{X-\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ とおくと，

Z は $N(\boxed{\text{ケ}},\ \boxed{\text{コ}})$ に従う。

試行の回数 $\boxed{\text{サシス}}$ 回は十分に大きいから，確率を正規分布による近似によって求めることができるので，この操作で1の目が出る回数が40回以上である確率は，

$P(X \geqq 40)=0.\boxed{\text{セソタチ}}$ である。

X は $B(180,\ \frac{1}{6})$ に従う
アイウ　エオ

$E(X)=180\times\frac{1}{6}=30$

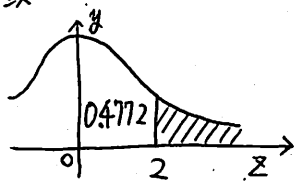
$\sigma(X)=\sqrt{180\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}}=5$

X は $N(30,\ 5^2)$ に従う
カキ　ク

$Z=\frac{X-30}{5}$ とおくと

Z は $N(0,\ 1)$ に従う
ケ　コ

180回は十分大きいから　$P(X\geqq 40)=P\left(\frac{X-30}{5}\geqq\frac{40-30}{5}\right)$
サシス



$=P(Z\geqq 2)$

$=0.5-0.4772$

$=0.0228$
セソタチ

2　ある世論調査で900人の有権者を無作為抽出し，調べたところA党の支持者が324人いた。次の問いに答えよ。

(1) 信頼度99%の信頼区間を少数第3位まで求めると $[0.\boxed{\text{アイウ}},\ 0.\boxed{\text{エオカ}}]$ である。

$R=\frac{324}{900}=\frac{36}{100}=\frac{9}{25}=0.36$

$\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}=\sqrt{\frac{\frac{9}{25}\times\frac{16}{25}}{900}}=\sqrt{\frac{4^2}{25^2\times10^2}}=\frac{4}{250}=0.016$

$0.36-2.58\times0.016=0.36-0.04128=0.31872\fallingdotseq0.319$

$0.36+2.58\times0.016=0.36+0.04128=0.40128\fallingdotseq0.401$

よって $[0.319,\ 0.401]$
アイウ　エオカ

(2) 信頼度99%の信頼区間の幅を L_A，信頼度95%の信頼区間の幅を L_B とする。このとき $\dfrac{L_A}{L_B}=\boxed{\text{キ}}.\boxed{\text{ク}}$ である。

$L_A=2\times2.58\times\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}$

$L_B=2\times1.96\times\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}$　だから

$\frac{L_A}{L_B}=\frac{2.58}{1.96}=1.316\cdots\fallingdotseq1.3$
キ　ク

信頼区間の幅

99% …$L_A=\left(R+2.58\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}\right)-\left(R-2.58\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}\right)$

95% …$L_B=\left(R+1.96\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}\right)-\left(R-1.96\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}\right)$