

ショートトライアル 関数 1

____組____番 氏名_____

- [1] 次の関数のグラフをかけ。また、その定義域、値域を求めよ。

(1) $y = \frac{2}{x-1} + 3$

定義域

値域

(2) $y = \frac{2x+5}{x+1}$

定義域

値域

- [2] 関数 $y = \frac{2}{x-1} \cdots ①$ と直線 $y = x \cdots ②$ について次の問いに答えよ。

- (1) ①と②の共有点の座標を求めよ。

(2) 不等式 $\frac{2}{x-1} \leq x$ を解け。

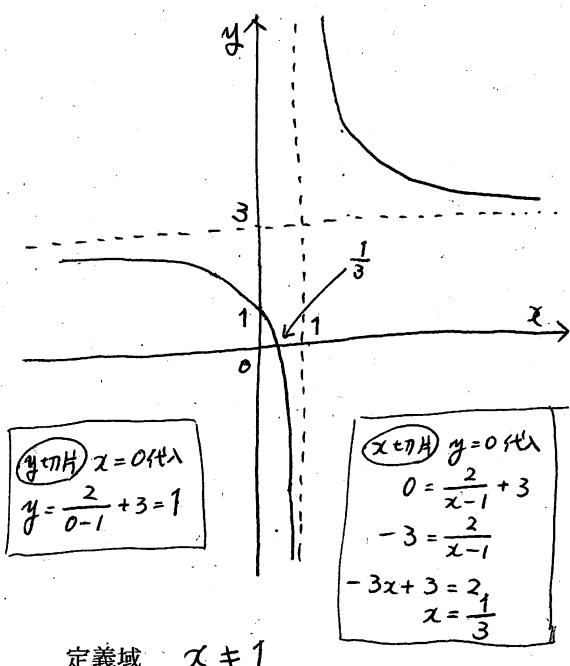
ショートトライアル 関数 1

解説例

組 番 氏名

- 1 次の関数のグラフをかけ。また、その定義域、値域を求めよ。

$$(1) y = \frac{2}{x-1} + 3 \quad \text{漸近線 } x=1, y=3$$

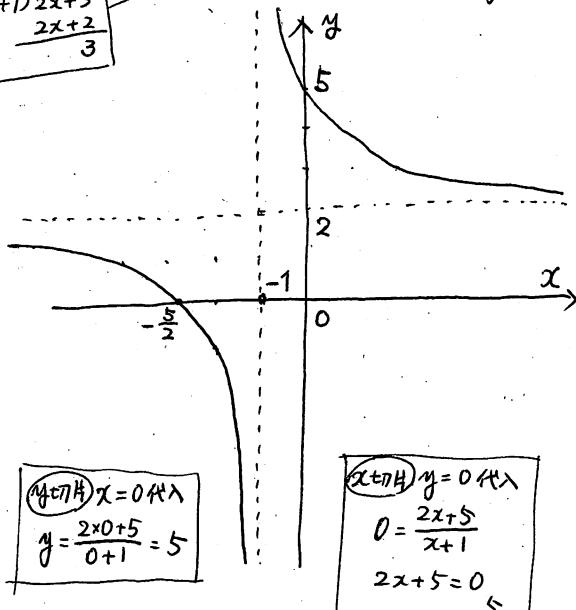


値域 $y \neq 3$

$$(2) y = \frac{2x+5}{x+1} = \frac{2(x+1)+3}{x+1} = \frac{3}{x+1} + 2$$

漸近線 $x=-1, y=2$

$$\begin{array}{r} 2 \\ x+1 \overline{) 2x+5} \\ 2x+2 \\ \hline 3 \end{array}$$



定義域 $x \neq -1$

値域 $y \neq 2$

- 2 関数 $y = \frac{2}{x-1} \cdots ①$ と直線 $y=x \cdots ②$ について次の問いに答えよ。

- (1) ①と②の共有点の座標を求めよ。

$$y \text{消去して } \frac{2}{x-1} = x$$

$$x \neq 1 \text{より } 2 = x(x-1)$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0$$

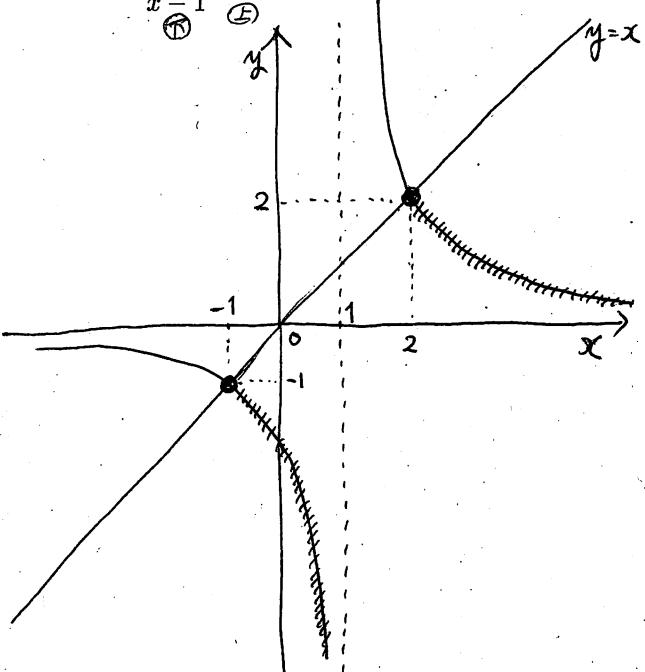
$$x = -1, 2.$$

$$② \text{より } x = -1 \text{ とき } y = -1$$

$$x = 2 \text{ のとき } y = 2.$$

$$\therefore (-1, -1) \text{ と } (2, 2)$$

- (2) 不等式 $\frac{2}{x-1} \leq x$ を解け。



$$\text{グラフより } -1 \leq x < 1, 2 \leq x$$

別解(その1) ひょっとしたら分数不等式はグラフを使わな方が楽?

(i) $x-1 \geq 0$ すなはち $x \geq 1$ のときは両辺を $x-1$ 倍して

$$2 \geq x(x-1) \Leftrightarrow x^2 - x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+1) \geq 0$$

$\Leftrightarrow x \leq -1, 2 \leq x$ だから $2 \leq x$.

(ii) $x-1 < 0$ すなはち $x < 1$ のときは両辺を $x-1$ 倍して

$$2 \geq x(x-1) \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 2 \text{ だから } -1 \leq x < 1$$

$$(i), (ii) \text{ より } -1 \leq x < 1, 2 \leq x$$

別解(その2) 両辺を $(x-1)^2$ 倍すると

$$2(x-1) \leq x(x-1)^2 \Leftrightarrow (x+1)(x-1)(x-2) \geq 0$$

$$-1 \leq x \leq 1, 2 \leq x \text{ で } x \neq 1 \text{ より } -1 \leq x < 1, 2 \leq x$$

ショートトライアル 関数 2

____組____番 氏名_____

- [1] 次の関数のグラフをかけ。また、その定義域、値域を求めよ。

(1) $y = \sqrt{4x - 4}$

定義域

値域

(2) $y = -\sqrt{-2x + 6}$

定義域

値域

- [2] 関数 $y = \sqrt{x + 2} \cdots ①$ と直線 $y = x \cdots ②$ について次の問いに答えよ。

(1) ①と②の共有点の座標を求めよ。

(2) 不等式 $\sqrt{x + 2} > x$ を解け。

ショートトライアル 関数 2

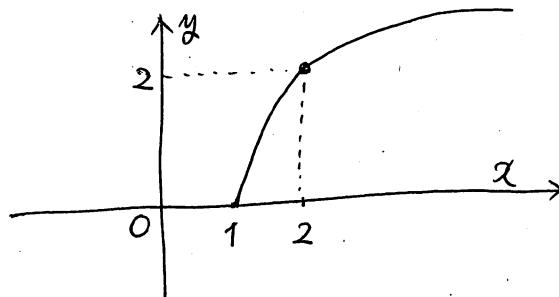
解答例

組 番 氏名

- 1 次の関数のグラフをかけ。また、その定義域、値域を求めよ。

$$(1) y = \sqrt{4x - 4} = \sqrt{4(x-1)}$$

$y = \sqrt{4x}$ を x 軸方向へ 1 平行移動



$\sqrt{\quad}$ の中は正

$$4x - 4 \geq 0$$

$$x \geq 1$$

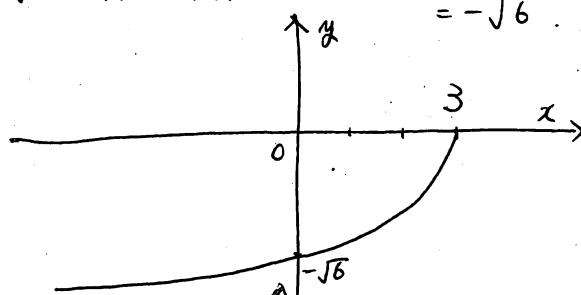
定義域 $x \geq 1$

値域 $y \geq 0$

$$(2) y = -\sqrt{-2x+6}$$

$$= -\sqrt{-2(x-3)}$$

$y = -\sqrt{-2x}$ を x 軸方向へ 3 平行移動



$y = 0$ 代入

$$y = -\sqrt{-2 \cdot 0 + 6} = -\sqrt{6}$$

$$-\sqrt{6} \approx -2.45$$

$\sqrt{\quad}$ の中は正

$$-2x + 6 \geq 0$$

$$x \leq 3$$

定義域 $x \leq 3$

値域 $y \leq 0$

- 2 関数 $y = \sqrt{x+2}$ … ① と直線 $y = x$ … ② について次の問い合わせに答えよ。

- (1) ① と ② の共有点の座標を求めよ。

$$y \text{ 消去して } \sqrt{x+2} = x \dots \text{ ③}$$

$$\text{両辺を2乗して } x+2 = x^2$$

$$(x-2)(x+1) = 0$$

$$x = 2, -1$$

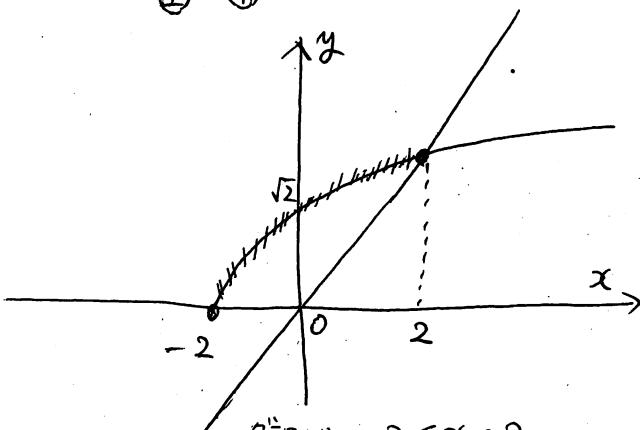
$$x = 2 \text{ のとき } \text{ ③ } \text{ は } 2+2 = 4$$

$$x = -1 \text{ のとき } \text{ ③ } \text{ は } (-1+2) = 1 \text{ が } -1 \text{ で不適}$$

よって $(2, 2)$

- (2) 不等式 $\sqrt{x+2} > x$ を解け。

④ ⑤



グラフより $-2 \leq x < 2$

別解 $\sqrt{\quad}$ の中は正

(i) $x < 0$ のとき $\sqrt{\quad}$ の中は正

$$x+2 \geq 0$$

$$x \geq -2$$

$$\therefore -2 \leq x < 0 \dots \text{ ①}$$

(ii) $x \geq 0$ のとき $\sqrt{x+2} > x$ の両辺2乗

$$x+2 > x^2$$

$$(x+1)(x-2) < 0$$

$$-1 < x < 2$$

$$\therefore 0 \leq x < 2 \dots \text{ ③}$$

① または ② より $-2 \leq x < 2$

($\sqrt{\quad}$ の入った不等式の解き方)

① ② $\sqrt{A} > B \Leftrightarrow B < 0 \text{ かつ } A \geq 0$ または $B \geq 0 \text{ かつ } A > B^2$ ② ③

② ③ $\sqrt{A} < B \Leftrightarrow A \geq 0 \text{ かつ } B > 0 \text{ かつ } A < B^2$

③ ④ $\sqrt{A} > \sqrt{B} \Leftrightarrow A > B \text{ かつ } B \geq 0$

ショートトライアル 関数 3

組 番 氏名 _____

[1] 次の関数の逆関数を求めよ。

(1) $y = 2x + 1 \quad (0 \leq x \leq 3)$

(2) $y = \log_{\frac{1}{3}} x$

(3) $y = \sqrt{-x}$

(4) $y = \frac{x-2}{x+1}$

[2] 不等式 $\frac{2x-4}{x-1} \leq x-2$ を解け。

ショートトライアル 関数 3

組 番 氏名 解答例

1 次の関数の逆関数を求めよ。

$$(1) y = 2x + 1 \quad (0 \leq x \leq 3)$$

値域は $1 \leq y \leq 7$

x に y を解く

$$2x + 1 = y$$

$$2x = y - 1$$

$$x = \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}$$

$x \in y \in \text{入域かで}$

$$\underline{\underline{y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}} \quad (1 \leq x \leq 7)}$$

$$(2) y = \log_{\frac{1}{3}} x$$

値域は すべての実数

x に y を解く

$$\log_{\frac{1}{3}} x = y$$

$$x = (\frac{1}{3})^y$$

$x \in y \in \text{入域かで}$

$$\underline{\underline{y = (\frac{1}{3})^x}}$$

$$(3) y = \sqrt{-x}$$

値域は $y \geq 0$

x に y を解く

$$\sqrt{-x} = y$$

$$-x = y^2$$

$$x = -y^2$$

$x \in y \in \text{入域かで}$

$$\underline{\underline{y = -x^2 \quad (x \geq 0)}}$$

$$(4) y = \frac{x-2}{x+1} = \frac{-3}{x+1} + 1$$

値域は $y \neq 1$

x に y を解く

$$(x+1)y = x-2$$

$$xy + y = x - 2$$

$$xy - x = -y - 2$$

$$(y-1)x = -y - 2$$

$$\rightarrow$$

$$y \neq 1 \text{ より}$$

$$x = \frac{-y-2}{y-1}$$

$x \in y \in \text{入域かで}$

$$y = \frac{-x-2}{x-1}$$

$$[2] \text{ 不等式 } \frac{2x-4}{x-1} \leq x-2 \text{ を解け。}$$

$$\text{方程式 } \frac{2x-4}{x-1} = x-2 \text{ の解く}$$

$$2x-4 = (x-2)(x-1)$$

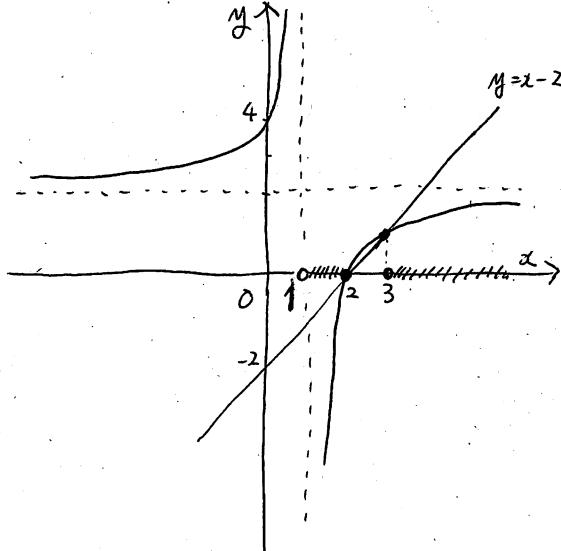
$$2x-4 = x^2 - 3x + 2$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-2)(x-3) = 0$$

$$x = 2, 3$$

$$y = \frac{2x-4}{x-1} = \frac{-2}{x-1} + 2$$



$$\underline{\underline{1 < x \leq 2, 3 \leq x}}$$

ショートトライアル 関数 4

____組____番 氏名 _____

- [1]** $f(x) = 2x + 3$ と $g(x) = 3^x$ について、次の合成関数を求めよ。

(1) $(f \circ g)(x)$

(2) $(g \circ f)(x)$

(3) $(f \circ f)(x)$

(2) $y = -\sqrt{4 - 2x}$

定義域

値域

- [2]** 次の関数のグラフをかけ。また、その定義域、値域を求めよ。

(1) $y = \frac{3x+4}{x+2}$

- [3]** 不等式 $\sqrt{x-1} \leq 7-x$ を解け。

定義域

値域

ショートトライアル 関数 4

組 番 氏名 解答例

- 1 $f(x) = 2x + 3$ と $g(x) = 3^x$ について、次の合成関数を求めよ。

$$(1) (f \circ g)(x)$$

$$\begin{aligned} (\text{式}) &= f(g(x)) = f(3^x) \\ &= 2 \cdot 3^x + 3 \end{aligned}$$

$$(2) (g \circ f)(x)$$

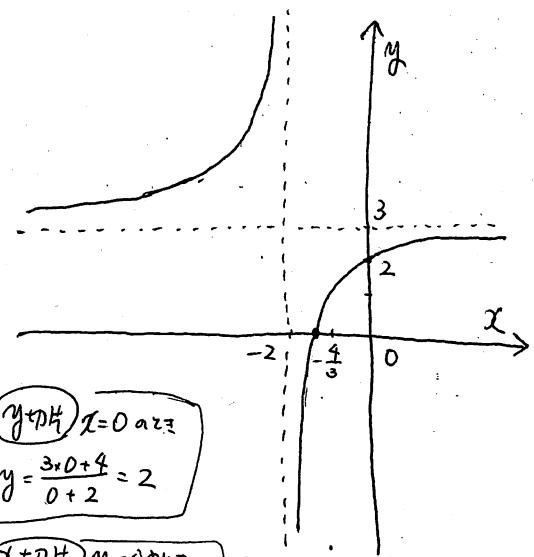
$$\begin{aligned} (\text{式}) &= g(f(x)) = g(2x+3) \\ &= 3^{2x+3} \end{aligned}$$

$$(3) (f \circ f)(x)$$

$$\begin{aligned} (\text{式}) &= f(f(x)) = f(2x+3) \\ &= 2(2x+3) + 3 \\ &= 4x+9 \end{aligned}$$

- 2 次の関数のグラフをかけ。また、その定義域、値域を求めよ。

$$(1) y = \frac{3x+4}{x+2}$$



$$\begin{aligned} (\text{式}) &= y = 0 \text{ とき} \\ &3x+4 = 0 \\ &x+2 \\ &3x+4 = 0 \Rightarrow x = -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

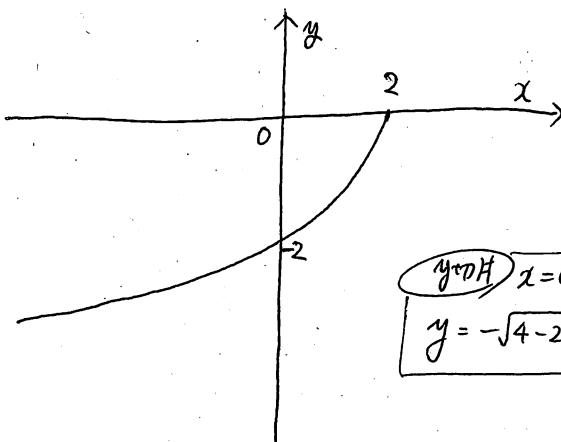
定義域 $x \neq -2$

値域 $y \neq 3$

$$(2) y = -\sqrt{4-2x}$$

定義域は $4-2x \geq 0$ より $x \leq 2$

値域は $y \leq 0$



$$\begin{aligned} (\text{式}) &= x = 0 \text{ とき} \\ &y = -\sqrt{4-2 \cdot 0} = -2 \end{aligned}$$

定義域 $x \leq 2$

値域 $y \leq 0$

- 3 不等式 $\sqrt{x-1} \leq 7-x$ を解け。

$$\sqrt{x-1} = 7-x \text{ を解く。}$$

方程式より $7-x \geq 0 \quad \therefore x \leq 7$ の

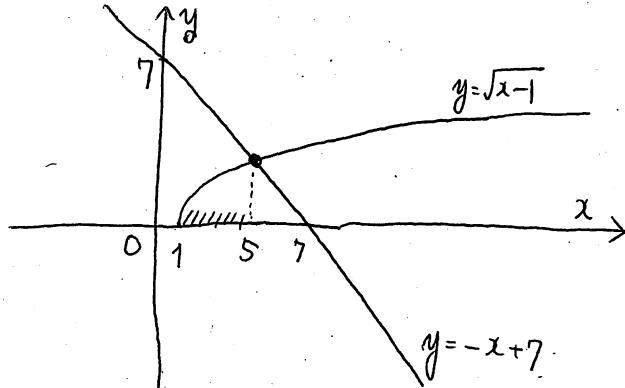
方程式の两边2乗して

$$x-1 = 49-14x+x^2$$

$$x^2-15x+50=0$$

$$(x-5)(x-10)=0$$

①より $x = 5$



グラフより不等式の解は

$$1 \leq x \leq 5$$