ショートトライアル　2倍角半角合成その3

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$　$\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$ で $\sin\theta=-\frac{4}{5}$ のとき，
次の値を求めよ。

(1) $\sin 2\theta$

(2) $\cos\frac{\theta}{2}$

$\boxed{2}$　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，方程式
$\cos 2\theta+7\sin\theta-4=0$ を解け。

$\boxed{3}$　$0\leqq x\leqq\pi$ のとき，関数 $y=\sin x+\sin\left(x+\frac{2}{3}\pi\right)$
の最大値と最小値を求めよ。

ショートトライアル　2倍角半角合成その3

＿＿組＿＿番　氏名　解答例

1　$\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$ で $\sin\theta=-\frac{4}{5}$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $\sin 2\theta$

$\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$ より $\cos\theta<0$ だから

$\cos\theta=-\sqrt{1-\sin^2\theta}=-\sqrt{1-\left(-\frac{4}{5}\right)^2}$

$=-\frac{3}{5}$

$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$

$=2\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{24}{25}$ //

(2) $\cos\frac{\theta}{2}$

$2\cos^2\alpha-1=\cos 2\alpha$ より

$2\cos^2\alpha=1+\cos 2\alpha$

$\cos^2\alpha=\frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)$

$\alpha=\frac{\theta}{2}$ を代入して

$\cos^2\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}(1+\cos\theta)$

$\cos^2\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}(1+\cos\theta)=\frac{1}{2}\left\{1+\left(-\frac{3}{5}\right)\right\}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$

$\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$ より $\frac{\pi}{2}<\frac{\theta}{2}<\frac{3}{4}\pi$ だから

$\cos\frac{\theta}{2}<0$

よって $\cos\frac{\theta}{2}=-\sqrt{\frac{1}{5}}=-\frac{1}{\sqrt{5}}=-\frac{\sqrt{5}}{5}$ //

どちらでもよい

2　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，方程式 $\cos 2\theta+7\sin\theta-4=0$ を解け。

$(1-2\sin^2\theta)+7\sin\theta-4=0$

$-2\sin^2\theta+7\sin\theta-3=0$

$2\sin^2\theta-7\sin\theta+3=0$

$(2\sin\theta-1)(\sin\theta-3)=0$

$2 \times -1 - -1$
$1 \times -3 - -6$
$2 \quad 3 \quad -7$

$-1\leqq\sin\theta\leqq 1$ より $\sin\theta=\frac{1}{2}$

$0\leqq\theta<2\pi$ より $\theta=\frac{\pi}{6},\frac{5}{6}\pi$ //

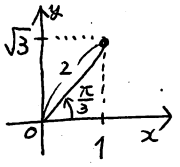
3　$0\leqq x\leqq\pi$ のとき，関数 $y=\sin x+\sin\left(x+\frac{2}{3}\pi\right)$ の最大値と最小値を求めよ。

$y=\sin x+\sin\left(x+\frac{2}{3}\pi\right)$

$=\sin x+\sin x\cdot\cos\frac{2}{3}\pi+\cos x\cdot\sin\frac{2}{3}\pi$

$=\sin x+\sin x\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+\cos x\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x$



$=\frac{1}{2}(\sin x+\sqrt{3}\cos x)$

$=\frac{1}{2}\cdot 2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

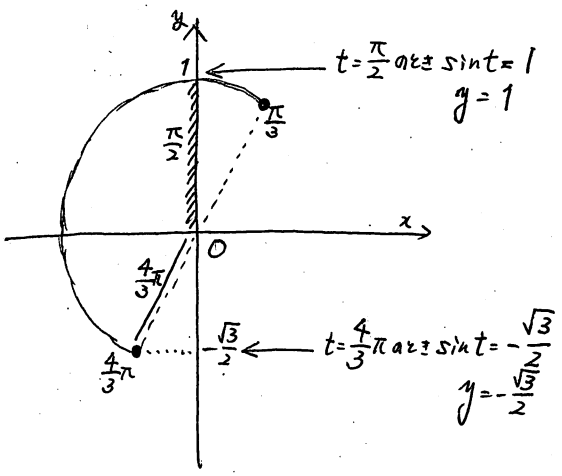
$=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

$x+\frac{\pi}{3}=t$ とおくと $y=\sin t$.

$0\leqq x\leqq\pi$ より

$0+\frac{\pi}{3}\leqq x+\frac{\pi}{3}\leqq\pi+\frac{\pi}{3}$

$\frac{\pi}{3}\leqq t\leqq\frac{4}{3}\pi$



$t=\frac{\pi}{2}$ より $\theta+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$ ∴ $\theta=\frac{\pi}{6}$

$t=\frac{4}{3}\pi$ より $\theta+\frac{\pi}{3}=\frac{4}{3}\pi$ ∴ $\theta=\pi$

以上より

$\theta=\frac{\pi}{6}$ のとき最大値 1，$\theta=\pi$ のとき最小値 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ //

ショートトライアル　2倍角半角合成 その2

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　$\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ で $\cos\theta = -\frac{3}{4}$ のとき，
次の値を求めよ。

(1) $\cos 2\theta$

(2) $\sin 2\theta$

(3) $\cos\frac{\theta}{2}$

2　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式・不等式を解け。

(1) $\sin 2\theta = \sin\theta$

(2) $\cos 2\theta < \cos\theta$

(3) $\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta = 1$

ショートトライアル　2倍角半角合成 その2

＿＿組＿＿番　氏名 解答例

1　$\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$ で $\cos\theta=-\frac{3}{4}$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $\cos 2\theta$

$\cos 2\theta = 2\cos^2\theta - 1$

$= 2\times\left(-\frac{3}{4}\right)^2 - 1$

$= -\frac{1}{8}$ //

(2) $\sin 2\theta$

$\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$ より $\sin\theta<0$

$\sin\theta = -\sqrt{1-\cos^2\theta}$

$= -\sqrt{1-\left(-\frac{3}{4}\right)^2}$

$= -\frac{\sqrt{7}}{4}$ だから

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

$= 2\times\left(-\frac{\sqrt{7}}{4}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)$

$= \frac{3\sqrt{7}}{8}$ //

(3) $\cos\frac{\theta}{2}$

$2\cos^2\alpha - 1 = \cos 2\alpha$ より

$2\cos^2\alpha = 1 + \cos 2\alpha$

$\cos^2\alpha = \frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)$

$\alpha = \frac{\theta}{2}$ を代入すると

$\cos^2\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1+\cos\theta)$

$\cos^2\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1+\cos\theta) = \frac{1}{2}\left\{1+\left(-\frac{3}{4}\right)\right\}$

$= \frac{1}{2}\times\frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

$\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$ より $\frac{\pi}{2}<\frac{\theta}{2}<\frac{3}{4}\pi$ だから

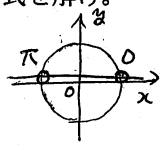
$\cos\frac{\theta}{2}<0$

よって $\cos\frac{\theta}{2} = -\sqrt{\frac{1}{8}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$ //

どちらでもOK

2　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，次の方程式・不等式を解け。

(1) $\sin 2\theta = \sin\theta$

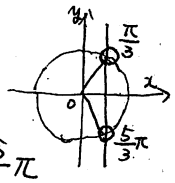


$2\sin\theta\cos\theta = \sin\theta$

$2\sin\theta\cos\theta - \sin\theta = 0$

$\sin\theta(2\cos\theta-1) = 0$

$\sin\theta = 0$ または $\cos\theta = \frac{1}{2}$



$0\leqq\theta<2\pi$ より

$\theta = 0, \pi, \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi$ //

(2) $\cos 2\theta < \cos\theta$

$2\cos^2\theta - 1 < \cos\theta$

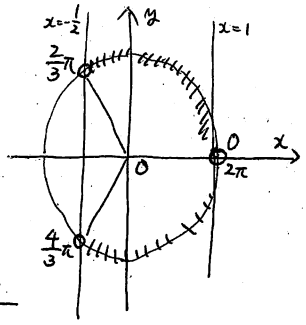
$2\cos^2\theta - \cos\theta - 1 < 0$

$(2\cos\theta+1)(\cos\theta-1) < 0$

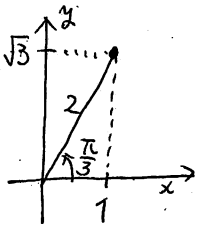
$-\frac{1}{2} < \cos\theta < 1$

$0\leqq\theta<2\pi$ より

$0<\theta<\frac{2}{3}\pi,\ \frac{4}{3}\pi<\theta<2\pi$ //



(3) $\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta = 1$



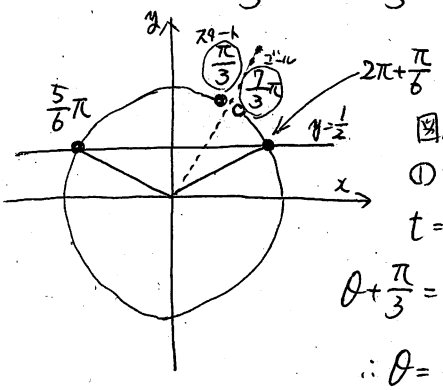
$2\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right) = 1$

$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

$\theta+\frac{\pi}{3} = t$ とおくと $\sin t = \frac{1}{2}$ …①

$0\leqq\theta<2\pi$ より $0+\frac{\pi}{3}\leqq\theta+\frac{\pi}{3}<2\pi+\frac{\pi}{3}$

$\frac{\pi}{3}\leqq t<\frac{7}{3}\pi$ …②



図より②の範囲で①を解くと

$t = \frac{5}{6}\pi,\ 2\pi+\frac{\pi}{6}$

$\theta+\frac{\pi}{3} = \frac{5}{6}\pi,\ \frac{13}{6}\pi$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{2},\ \frac{11}{6}\pi$ //

ショートトライアル　2倍角半角合成

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$　$\dfrac{\pi}{2}<\theta<\pi$ で，$\cos\theta=-\dfrac{2}{3}$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $\sin\theta$

(2) $\cos 2\theta$

(3) $\sin 2\theta$

(4) $\cos\dfrac{\theta}{2}$

(5) $\sin\dfrac{\theta}{2}$

$\boxed{2}$　関数 $y=\sin x+\sqrt{3}\cos x$ の最大値と最小値を求めよ。

$\boxed{3}$　関数 $y=\sin x-\cos x$ $(0\leqq x\leqq\pi)$ の最大値と最小値を求めよ。

ショートトライアル　2倍角半角合成　解答例

1　$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ で，$\cos\theta=-\frac{2}{3}$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $\sin\theta$

$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ より $\sin\theta>0$ だから

$$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}$$
$$=\sqrt{1-\left(-\frac{2}{3}\right)^2}$$
$$=\frac{\sqrt{5}}{3}$$

(2) $\cos 2\theta$

$$\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1$$
$$=2\left(-\frac{2}{3}\right)^2-1$$
$$=-\frac{1}{9}$$

$\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1$
$\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta$
$\cos 2\theta=\cos^2\theta-\sin^2\theta$

(2)どれを使ってもOK.

(3) $\sin 2\theta$

$$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$$
$$=2\cdot\frac{\sqrt{5}}{3}\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{4\sqrt{5}}{9}$$

(4) $\cos\frac{\theta}{2}$

$2\cos^2\alpha-1=\cos 2\alpha$ より
$2\cos^2\alpha=1+\cos 2\alpha$
$\cos^2\alpha=\frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)$
$\alpha=\frac{\theta}{2}$ を代入して $\cos^2\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}(1+\cos\theta)$

$$\cos^2\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}(1+\cos\theta)$$
$$=\frac{1}{2}\left\{1+\left(-\frac{2}{3}\right)\right\}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$$

$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ より $\frac{\pi}{4}<\frac{\theta}{2}<\frac{\pi}{2}$ だから

$\cos\frac{\theta}{2}>0$.

よって $\cos\frac{\theta}{2}=+\sqrt{\frac{1}{6}}=\frac{1}{\sqrt{6}}$

(5) $\sin\frac{\theta}{2}$

$1-2\sin^2\alpha=\cos 2\alpha$ より
$-2\sin^2\alpha=-1+\cos 2\alpha$
$\sin^2\alpha=\frac{1}{2}(1-\cos 2\alpha)$
$\alpha=\frac{\theta}{2}$ を代入すると $\sin^2\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}(1-\cos\theta)$

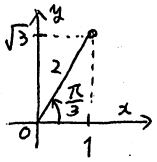
$$\sin^2\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}(1-\cos\theta)$$
$$=\frac{1}{2}\left\{1-\left(-\frac{2}{3}\right)\right\}=\frac{1}{2}\times\frac{5}{3}=\frac{5}{6}$$

$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ より $\frac{\pi}{4}<\frac{\theta}{2}<\frac{\pi}{2}$ だから

$\sin\frac{\theta}{2}>0$

よって $\sin\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{5}{6}}=\frac{\sqrt{30}}{6}$

2　関数 $y=\sin x+\sqrt{3}\cos x$ の最大値と最小値を求めよ。



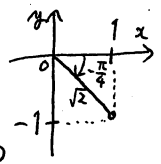
$$y=2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$$

$-1\leqq\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\leqq 1$ より

$-2\leqq 2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\leqq 2$.

よって　最大値 2，最小値 −2

3　関数 $y=\sin x-\cos x$ $(0\leqq x\leqq\pi)$ の最大値と最小値を求めよ。

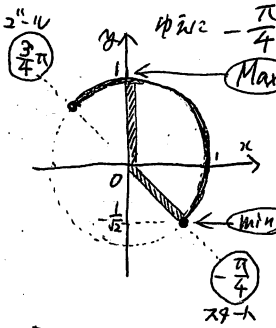


$$y=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$$

$x-\frac{\pi}{4}=t$ とおくと $y=\sqrt{2}\sin t$ …①

$0\leqq x\leqq\pi$ より $0-\frac{\pi}{4}\leqq x-\frac{\pi}{4}\leqq\pi-\frac{\pi}{4}$

ゆえに $-\frac{\pi}{4}\leqq t\leqq\frac{3}{4}\pi$ …②



$t=\frac{\pi}{2}$ のとき $\sin t=1$ だから①より

$y=\sqrt{2}\times 1=\sqrt{2}$.

$t=-\frac{\pi}{4}$ のとき $\sin t=-\frac{1}{\sqrt{2}}$ だから①より

$y=\sqrt{2}\times\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=-1$

また $t=\frac{\pi}{2}$ のとき $x-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$ ∴ $x=\frac{3}{4}\pi$.

$t=-\frac{\pi}{4}$ のとき $x-\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{4}$ ∴ $x=0$.

以上より

$x=\frac{3}{4}\pi$ のとき最大値 $\sqrt{2}$，$x=0$ のとき最小値 -1

ショートトライアル　三角関数

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ で，$\sin\theta=\frac{1}{3}$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $\cos\theta$

(2) $\cos 2\theta$

(3) $\sin 2\theta$

(4) $\tan 2\theta$

2　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，次の方程式・不等式を解け。

(1) $\cos 2\theta-\cos\theta=0$

(2) $\cos 2\theta<\sin\theta+1$

(3) $\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta=-1$

ショートトライアル　三角関数

＿＿組＿＿番　氏名　解答例

1　$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ で，$\sin\theta=\frac{1}{3}$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $\cos\theta$

$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ より $\cos\theta<0$ だから

$\cos\theta=-\sqrt{1-\sin^2\theta}=-\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2}=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ //

(2) $\cos 2\theta$

$\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta$

$=1-2\times\left(\frac{1}{3}\right)^2$

$=1-\frac{2}{9}=\frac{7}{9}$ //

(3) $\sin 2\theta$

$\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta$

$=2\times\frac{1}{3}\times\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$

$=-\frac{4\sqrt{2}}{9}$ //

(4) $\tan 2\theta$

$\tan 2\theta=\frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta}=\frac{-\frac{4\sqrt{2}}{9}}{\frac{7}{9}}=-\frac{4\sqrt{2}}{7}$ //

2　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，次の方程式・不等式を解け。

(1) $\cos 2\theta-\cos\theta=0$

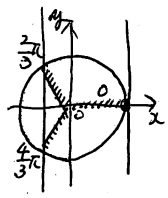
$(2\cos^2\theta-1)-\cos\theta=0$

$2\cos^2\theta-\cos\theta-1=0$

$(2\cos\theta+1)(\cos\theta-1)=0$

$\cos\theta=-\frac{1}{2},\ 1$

$0\leqq\theta<2\pi$ より　$\theta=0,\ \frac{2}{3}\pi,\ \frac{4}{3}\pi$ //



(2) $\cos 2\theta<\sin\theta+1$

$1-2\sin^2\theta<\sin\theta+1$

$-2\sin^2\theta-\sin\theta<0$

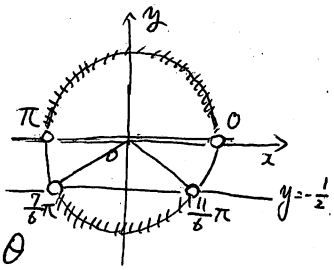
$2\sin^2\theta+\sin\theta>0$

$\sin\theta(2\sin\theta+1)>0$

$\sin\theta<-\frac{1}{2},\ 0<\sin\theta$

$0\leqq\theta<2\pi$ より

$0<\theta<\pi,\ \frac{7}{6}\pi<\theta<\frac{11}{6}\pi$ //



(3) $\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta=-1$

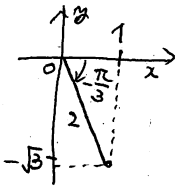
$2\sin\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=-1$

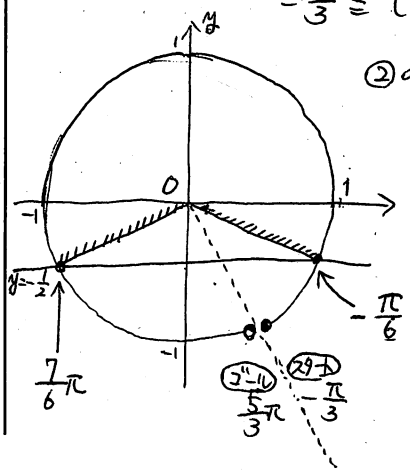
$\sin\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}$

$\theta-\frac{\pi}{3}=t$ とおくと $\sin t=-\frac{1}{2}$ …①

$0\leqq\theta<2\pi$ より　$0-\frac{\pi}{3}\leqq\theta-\frac{\pi}{3}<2\pi-\frac{\pi}{3}$

$-\frac{\pi}{3}\leqq t<\frac{5}{3}\pi$ …②





②の範囲で①を解くと

$t=-\frac{\pi}{6},\ \frac{7}{6}\pi$

$\theta-\frac{\pi}{3}=-\frac{\pi}{6},\ \frac{7}{6}\pi$

$\therefore\theta=\frac{\pi}{6},\ \frac{3}{2}\pi$ //

ショートトライアル　方程式・不等式

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式・不等式を解け。

(1) $\cos 2\theta - \cos\theta = 0$

(2) $\sin\theta < -\dfrac{1}{2}$

(3) $\sqrt{2}\cos\theta - 1 \geqq 0$

(4) $\tan\theta = -\sqrt{3}$

(5) $\sin\left(\theta + \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{1}{2}$

ショートトライアル　方程式・不等式

＿＿組＿＿番　氏名　解答例

1　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式・不等式を解け。

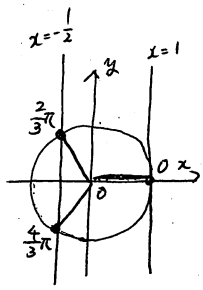
(1) $\cos 2\theta - \cos\theta = 0$

$(2\cos^2\theta - 1) - \cos\theta = 0$

$2\cos^2\theta - \cos\theta - 1 = 0$

$(2\cos\theta + 1)(\cos\theta - 1) = 0$

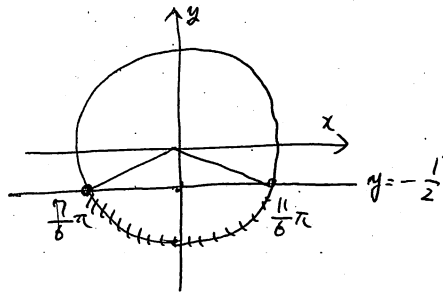
$\cos\theta = -\frac{1}{2},\ 1$



$0 \leqq \theta < 2\pi$ より

$\theta = 0,\ \frac{2}{3}\pi,\ \frac{4}{3}\pi$ //

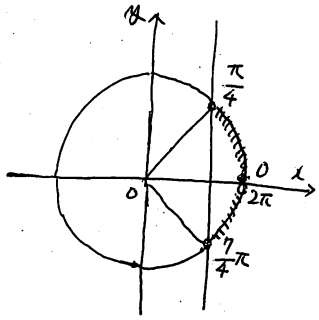
(2) $\sin\theta < -\frac{1}{2}$



$0 \leqq \theta < 2\pi$ より　$\frac{7}{6}\pi < \theta < \frac{11}{6}\pi$ //

(3) $\sqrt{2}\cos\theta - 1 \geqq 0$

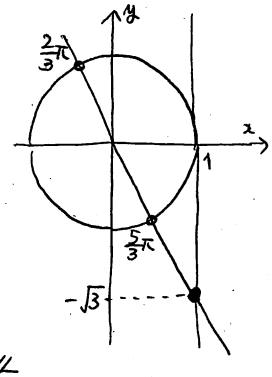
$\cos\theta \geqq \frac{1}{\sqrt{2}}$



$0 \leqq \theta < 2\pi$ より

$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{4},\ \frac{7}{4}\pi \leqq \theta < 2\pi$ //

(4) $\tan\theta = -\sqrt{3}$



$0 \leqq \theta < 2\pi$ より

$\theta = \frac{2}{3}\pi,\ \frac{5}{3}\pi$ //

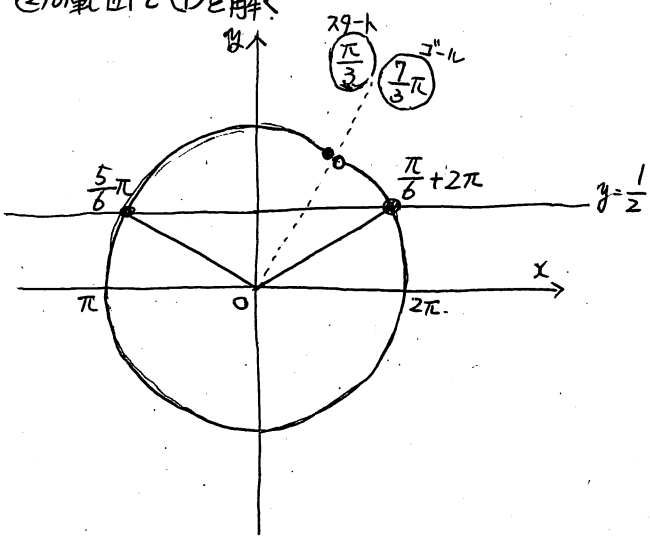
(5) $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

$\theta + \frac{\pi}{3} = t$ とおくと　$\sin t = \frac{1}{2}$ ……①

$0 \leqq \theta < 2\pi$ より　$0 + \frac{\pi}{3} \leqq \theta + \frac{\pi}{3} < 2\pi + \frac{\pi}{3}$

$\frac{\pi}{3} \leqq t < \frac{7}{3}\pi$ ……②

②の範囲で①を解く



図より　$t = \frac{5}{6}\pi,\ \frac{\pi}{6}+2\pi$

$\theta + \frac{\pi}{3} = \frac{5}{6}\pi,\ \frac{13}{6}\pi$

$\therefore \theta = \frac{\pi}{2},\ \frac{11}{6}\pi$ //

要注意!!

tの範囲は$\frac{\pi}{3}$から始まっているので
$t = \frac{\pi}{6}$はこたえにできない。
1周まわって$\frac{7}{3}\pi$までがtの
範囲だから$\frac{\pi}{6}+2\pi$を
選ばないと間違いになる

ショートトライアル　三角関数

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の関数のグラフをかけ。また，その周期を求めよ。

(1) $y = -3\cos\dfrac{\theta}{2}$

(2) $y = \sin\left(2\theta - \dfrac{\pi}{3}\right)$

(1) 周期

(2) 周期

2　次の値を求めよ。

(1) $\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$

(2) $\cos\left(-\dfrac{13}{3}\pi\right)$

(3) $\tan\left(-\dfrac{9}{4}\pi\right)$

3　$\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ で，$\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $\sin 2\alpha$

(2) $\cos 2\alpha$

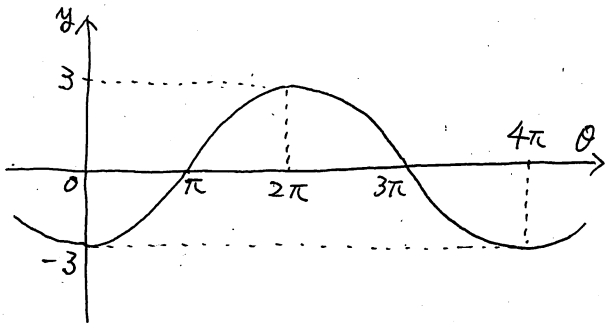
(3) $\cos 4\alpha$

ショートトライアル　三角関数

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の関数のグラフをかけ。また，その周期を求めよ。

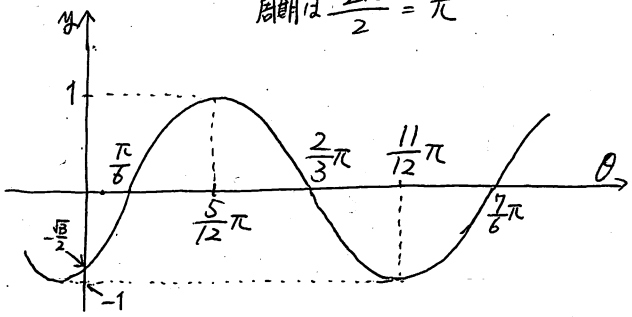
(1) $y=-3\cos\dfrac{\theta}{2}$　　周期は $\dfrac{2\pi}{\frac{1}{2}}=4\pi$



(1) 周期　4π

(2) $y=\sin\left(2\theta-\dfrac{\pi}{3}\right)$　　$y=\sin 2\left(\theta-\dfrac{\pi}{6}\right)$

周期は $\dfrac{2\pi}{2}=\pi$



y切片は $\theta=0$ のとき

$y=\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(2) 周期　π

2　次の値を求めよ。

(1) $\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$

$\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)=-\sin\dfrac{\pi}{3}$

$=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ //

(2) $\cos\left(-\dfrac{13}{3}\pi\right)$

$\cos\left(-\dfrac{13}{3}\pi\right)=\cos\dfrac{13}{3}\pi$

$=\cos\left(\dfrac{\pi}{3}+4\pi\right)$

$=\cos\dfrac{\pi}{3}$

$=\dfrac{1}{2}$ //

(3) $\tan\left(-\dfrac{9}{4}\pi\right)$

$\tan\left(-\dfrac{9}{4}\pi\right)=-\tan\dfrac{9}{4}\pi$

$=-\tan\left(\dfrac{\pi}{4}+2\pi\right)$

$=-\tan\dfrac{\pi}{4}$

$=-1$ //

3　$\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ で，$\sin\alpha=\dfrac{1}{3}$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $\sin 2\alpha$

$\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ より $\cos\alpha<0$ だから

$\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2}=-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

よって

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

$=2\times\left(-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right)\times\dfrac{1}{3}=-\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$ //

(2) $\cos 2\alpha$

$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

$=\left(-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2-\left(\dfrac{1}{3}\right)^2$

$=\dfrac{8}{9}-\dfrac{1}{9}=\dfrac{7}{9}$ //

(3) $\cos 4\alpha$

$\cos 4\alpha=\cos^2 2\alpha-\sin^2 2\alpha=\left(\dfrac{7}{9}\right)^2-\left(-\dfrac{4\sqrt{2}}{9}\right)^2$

$=\dfrac{49}{81}-\dfrac{32}{81}=\dfrac{17}{81}$ //

ショートトライアル　合成

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

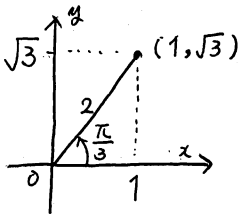
$\boxed{1}$ $0 \leqq x < 2\pi$ のとき，方程式 $\sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2}$ を解け。

$\boxed{2}$ 関数 $y = \sin x + \cos x$ の最大値と最小値を求めよ。

$\boxed{3}$ 関数 $y = \sqrt{3}\sin x + \cos x \quad (0 \leqq x \leqq \pi)$ の最大値と最小値を求めよ。

ショートトライアル　合成

1　$0 \leqq x < 2\pi$ のとき，方程式 $\sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2}$ を解け。



$$2\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{2}$$

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

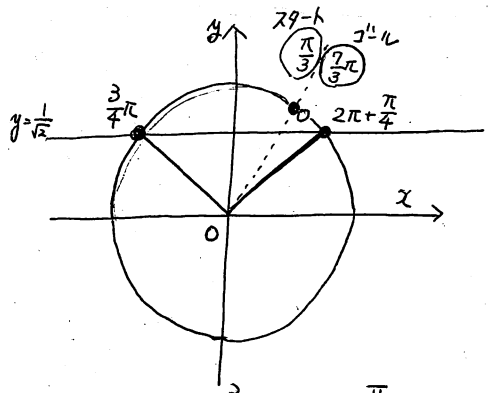
$x+\frac{\pi}{3} = t$ とおくと

$$\sin t = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdots ①$$

$0 \leqq x < 2\pi$ より $0+\frac{\pi}{3} \leqq x+\frac{\pi}{3} < 2\pi+\frac{\pi}{3}$

すなわち $\frac{\pi}{3} \leqq t < \frac{7}{3}\pi \cdots ②$

②の範囲で①を解く

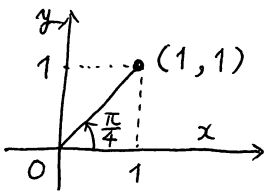


図より　$t = \frac{3}{4}\pi,\ 2\pi+\frac{\pi}{4}$

$x+\frac{\pi}{3} = \frac{3}{4}\pi,\ \frac{9}{4}\pi$

$\therefore x = \frac{5}{12}\pi,\ \frac{23}{12}\pi$ //

2　関数 $y = \sin x + \cos x$ の最大値と最小値を求めよ。



$$y = \sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$$

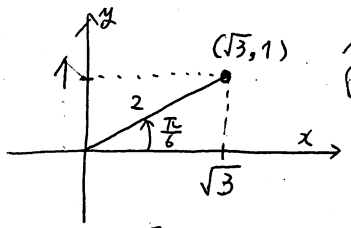
$-1 \leqq \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) \leqq 1$ より

$$-\sqrt{2} \leqq \sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right) \leqq \sqrt{2}$$

$$-\sqrt{2} \leqq y \leqq \sqrt{2}$$

最大値 $\sqrt{2}$，最小値 $-\sqrt{2}$ //

3　関数 $y = \sqrt{3}\sin x + \cos x$　$(0 \leqq x \leqq \pi)$ の最大値と最小値を求めよ。

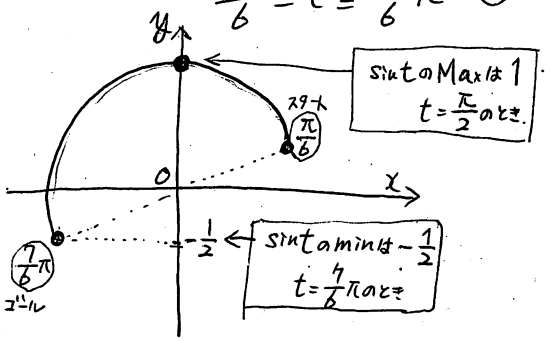


$$y = 2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$$

$x+\frac{\pi}{6} = t$ とおくと $y = 2\sin t \cdots ①$

$0 \leqq x \leqq \pi$ より $0+\frac{\pi}{6} \leqq x+\frac{\pi}{6} \leqq \pi+\frac{\pi}{6}$

$$\frac{\pi}{6} \leqq t \leqq \frac{7}{6}\pi \cdots ②$$



図より ②の範囲で $-\frac{1}{2} \leqq \sin t \leqq 1$

全体2倍して $-1 \leqq 2\sin t \leqq 2$

①より　$-1 \leqq y \leqq 2$

最大値は $t=\frac{\pi}{2}$ のときなので $x+\frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$

$\therefore x = \frac{\pi}{3}$

最小値は $t=\frac{7}{6}\pi$ のときなので $x+\frac{\pi}{6} = \frac{7}{6}\pi$

$\therefore x = \pi$

以上より

$x=\frac{\pi}{3}$ のとき最大値 2

$x=\pi$ のとき最小値 -1 //

ショートトライアル　2倍角

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$　*sin*，*cos*，*tan* の2倍角の公式をすべて書け。

$\boxed{2}$　$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ で $\sin\alpha=\dfrac{3}{5}$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $\cos\alpha$

(2) $\sin 2\alpha$

(3) $\cos 2\alpha$

(4) $\tan 2\alpha$

$\boxed{3}$　（時間が余った人）*sin*，*cos*，*tan* の2倍角の公式を証明せよ。

ショートトライアル　2倍角

＿＿組＿＿番　氏名　解答例

1　*sin*，*cos*，*tan* の２倍角の公式をすべて書け。

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$$\begin{cases} \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha \\ \cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$

$\tan 2\alpha = \dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

2　$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ で $\sin\alpha = \dfrac{3}{5}$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $\cos\alpha$

$0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ より $\cos\alpha>0$ だから

$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-\left(\dfrac{3}{5}\right)^2} = \dfrac{4}{5}$ //

(2) $\sin 2\alpha$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$= 2\times\dfrac{3}{5}\times\dfrac{4}{5} = \dfrac{24}{25}$ //

(3) $\cos 2\alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$= \left(\dfrac{4}{5}\right)^2 - \left(\dfrac{3}{5}\right)^2 = \dfrac{7}{25}$ //

(4) $\tan 2\alpha$

$\tan 2\alpha = \dfrac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \dfrac{\frac{24}{25}}{\frac{7}{25}} = \dfrac{24}{7}$ //

3　（時間が余った人）*sin*，*cos*，*tan* の２倍角の公式を証明せよ。

(proof)

$\sin 2\alpha = \sin(\alpha+\alpha)$

$= \sin\alpha\cos\alpha + \cos\alpha\sin\alpha$

$= 2\sin\alpha\cos\alpha$.

$\cos 2\alpha = \cos(\alpha+\alpha)$

$= \cos\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\sin\alpha$

$= \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$ ……①

①に $\cos^2\alpha = 1-\sin^2\alpha$ を代入して

$\cos 2\alpha = (1-\sin^2\alpha) - \sin^2\alpha$

$= 1 - 2\sin^2\alpha$

①に $\sin^2\alpha = 1-\cos^2\alpha$ を代入して

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - (1-\cos^2\alpha)$

$= 2\cos^2\alpha - 1$.

$\tan 2\alpha = \tan(\alpha+\alpha)$

$= \dfrac{\tan\alpha + \tan\alpha}{1-\tan\alpha\tan\alpha}$

$= \dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

▨

ショートトライアル　三角関数

＿＿組・＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$　$\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ のとき，$\sin\theta\cos\theta$ の値を求めよ。

$\boxed{2}$　$\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ で，$\sin\alpha=\dfrac{2}{3}$ のとき，次の値を求めよ。

(1)　$\cos\alpha$

(2)　$\sin 2\alpha$

(3)　$\cos 2\alpha$

(4)　$\tan 2\alpha$

$\boxed{3}$　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，関数 $y=\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta$ の最大値，最小値を求めよ。

$\boxed{4}$　半角の公式を用いて，$\cos\dfrac{\pi}{8}$ の値を求めよ。

ショートトライアル　三角関数

＿＿組＿＿番　氏名　解答例

1　$\sin\theta+\cos\theta=\frac{1}{2}$ のとき，$\sin\theta\cos\theta$ の値を求めよ。

両辺2乗

$(\sin\theta+\cos\theta)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{4}$

$1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{4}$

$2\sin\theta\cos\theta=-\frac{3}{4}$

$\sin\theta\cos\theta=-\frac{3}{8}$ //

2　$\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ で，$\sin\alpha=\frac{2}{3}$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $\cos\alpha$

$\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ より $\cos\alpha<0$ だから

$\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\sqrt{1-\left(\frac{2}{3}\right)^2}$

$=-\frac{\sqrt{5}}{3}$ //

(2) $\sin 2\alpha$

$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$

$=2\times\frac{2}{3}\times\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$

$=-\frac{4\sqrt{5}}{9}$ //

(3) $\cos 2\alpha$

$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$

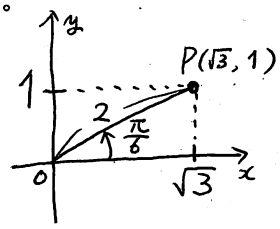
$=2\times\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2-1=\frac{10}{9}-1$

$=\frac{1}{9}$ //

(4) $\tan 2\alpha$

$\tan 2\alpha=\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}=\frac{-\frac{4\sqrt{5}}{9}}{\frac{1}{9}}=-4\sqrt{5}$ //

3　$0\leqq\theta<2\pi$ のとき，関数 $y=\sqrt{3}\sin\theta+\cos\theta$ の最大値，最小値を求めよ。



$y=2\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)$

$0\leqq\theta<2\pi$ より

$\frac{\pi}{6}\leqq\theta+\frac{\pi}{6}<2\pi+\frac{\pi}{6}$ だから

$-1\leqq\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)\leqq 1$

全体を2倍して

$-2\leqq 2\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)\leqq 2$

$\therefore -2\leqq y\leqq 2$.

最大値 2，最小値 −2 //

4　半角の公式を用いて，$\cos\frac{\pi}{8}$ の値を求めよ。

point

$2\cos^2\theta-1=\cos 2\theta$ (2倍角の公式)

$2\cos^2\theta=1+\cos 2\theta$

$\cos^2\theta=\frac{1}{2}(1+\cos 2\theta)$

(半角の公式)

$\cos^2\frac{\pi}{8}=\frac{1}{2}\left(1+\cos\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$=\frac{1}{2}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{2+\sqrt{2}}{4}$

$0<\frac{\pi}{8}<\frac{\pi}{2}$ より $\cos\frac{\pi}{8}>0$ だから

$\cos\frac{\pi}{8}=\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{4}}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ //

参考

$1-2\sin^2\theta=\cos 2\theta$ (2倍角の公式)

$-2\sin^2\theta=-1+\cos 2\theta$

$\sin^2\theta=\frac{1}{2}(1-\cos 2\theta)$

(半角の公式)

(最大最小問題　その１)

$\boxed{1}$　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，関数 $y = \sqrt{2}(\sin\theta + \cos\theta) - \dfrac{1}{2}\sin 2\theta - 1$ の最大値と最小値を求めよ。
また，そのときの θ の値を求めよ。

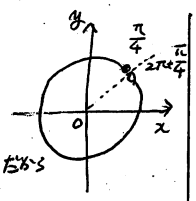
【解答】$\theta = \dfrac{\pi}{4}$ のとき最大値 $\dfrac{1}{2}$，$\theta = \dfrac{5}{4}\pi$ のとき最小値 $-\dfrac{7}{2}$

$\boxed{2}$　$0 \leqq \theta \leqq \pi$ のとき，関数 $y = 4 - 2\sin\theta + 2\cos\theta - \sin 2\theta$ の最大値と最小値を求めよ。
また，そのときの θ の値を求めよ。

【解答】$\theta = 0$ のとき最大値 6，$\theta = \dfrac{\pi}{2}$, π のとき最小値 2

(最大最小問題　その１)　　解答例

1　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，関数 $y=\sqrt{2}(\sin\theta+\cos\theta)-\frac{1}{2}\sin 2\theta-1$ の最大値と最小値を求めよ。
また，そのときの θ の値を求めよ。



$t=\sin\theta+\cos\theta$ とおく

$t=\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ より $\theta+\frac{\pi}{4} \leqq \theta+\frac{\pi}{4} < 2\pi+\frac{\pi}{4}$ だから

$-1 \leqq \sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right) \leqq 1$ より $-\sqrt{2} \leqq \sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right) \leqq \sqrt{2}$

$\therefore -\sqrt{2} \leqq t \leqq \sqrt{2}$ ……①

$t=\sin\theta+\cos\theta$ の両辺を2乗して

$t^2=(\sin\theta+\cos\theta)^2$

$t^2=\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$

$t^2=1+2\sin\theta\cos\theta$ なので $\sin\theta\cos\theta=\frac{t^2-1}{2}$

これより

$y=\sqrt{2}(\sin\theta+\cos\theta)-\frac{1}{2}\times 2\sin\theta\cos\theta-1$

$=\sqrt{2}(\sin\theta+\cos\theta)-\sin\theta\cos\theta-1$

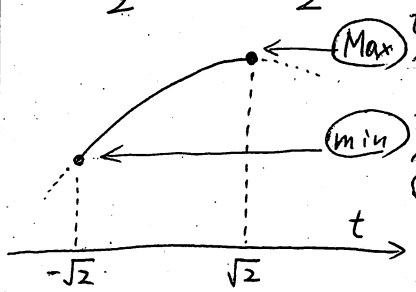
$=\sqrt{2}t-\frac{t^2-1}{2}-1$

$=-\frac{1}{2}t^2+\sqrt{2}t-\frac{1}{2}$

$=-\frac{1}{2}(t^2-2\sqrt{2}t)-\frac{1}{2}$

$=-\frac{1}{2}\{(t-\sqrt{2})^2-2\}-\frac{1}{2}$

$=-\frac{1}{2}(t-\sqrt{2})+\frac{1}{2}$　①の範囲で考えると



$t=\sqrt{2}$ のとき $y=\frac{1}{2}$

$t=-\sqrt{2}$ のとき $y=-\frac{1}{2}(-\sqrt{2})^2+\sqrt{2}\times(-\sqrt{2})-\frac{1}{2}$

$=-1-2-\frac{1}{2}$

$=-\frac{7}{2}$

$t=\sqrt{2}$ のとき $\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$，$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=1$

$\theta+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$　$\therefore \theta=\frac{\pi}{4}$

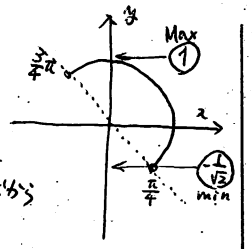
$t=-\sqrt{2}$ のとき $\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{2}$，$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=-1$

$\theta+\frac{\pi}{4}=\frac{3}{2}\pi$　$\therefore \theta=\frac{5}{4}\pi$

以上より

$\theta=\frac{\pi}{4}$ のとき最大値 $\frac{1}{2}$，$\theta=\frac{5}{4}\pi$ のとき最小値 $-\frac{7}{2}$ //

2　$0 \leqq \theta \leqq \pi$ のとき，関数 $y=4-2\sin\theta+2\cos\theta-\sin 2\theta$ の最大値と最小値を求めよ。
また，そのときの θ の値を求めよ。



$t=\sin\theta-\cos\theta$ とおく

$t=\sqrt{2}\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)$

$0 \leqq \theta \leqq \pi$ より $0-\frac{\pi}{4} \leqq \theta-\frac{\pi}{4} \leqq \pi-\frac{\pi}{4}$ だから

$-\frac{1}{\sqrt{2}} \leqq \sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right) \leqq 1$ より 全体 $\sqrt{2}$ 倍して

$-1 \leqq \sqrt{2}\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right) \leqq \sqrt{2}$　　$\therefore -1 \leqq t \leqq \sqrt{2}$ ……①

$t=\sin\theta-\cos\theta$ の両辺を2乗して

$t^2=(\sin\theta-\cos\theta)^2$

$t^2=\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$

$t^2=1-2\sin\theta\cos\theta$　　$\therefore \sin\theta\cos\theta=\frac{1-t^2}{2}$

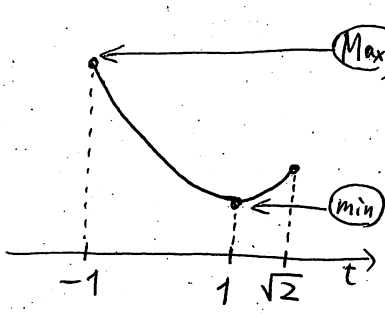
これより

$y=4-2(\sin\theta-\cos\theta)-2\sin\theta\cos\theta$

$=4-2t-2\times\frac{1-t^2}{2}$

$=t^2-2t+3$

$=(t-1)^2+2$．　①の範囲で考えると



$t=-1$ のとき $y=(-1)^2-2\times(-1)+3$

$=6$

$t=1$ のとき $y=2$

$t=-1$ のとき $\sqrt{2}\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=-1$

$\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\theta-\frac{\pi}{4}=-\frac{\pi}{4}$

$\therefore \theta=0$

$t=1$ のとき $\sqrt{2}\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=1$

$\sin\left(\theta-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\theta-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4},\ \frac{3}{4}\pi$

$\therefore \theta=\frac{\pi}{2},\ \pi$

以上より

$\theta=0$ のとき最大値 6，$\theta=\frac{\pi}{2}$，π のとき最小値 2 //

(最大最小問題　その２)

$\boxed{3}$ 次の関数の最大値，最小値を求めよ。また，そのときの θ の値を求めよ。

$$y = \sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + 3\cos^2\theta \quad (0 \leqq \theta \leqq \pi)$$

【解答】$\theta = \dfrac{\pi}{8}$ のとき最大値 $2+\sqrt{2}$，$\theta = \dfrac{5}{8}\pi$ のとき最小値 $2-\sqrt{2}$

$\boxed{4}$ 次の関数の最大値，最小値を求めよ。また，そのときの θ の値を求めよ。

$$y = \sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta - \frac{1}{2}\cos 2\theta \quad (0 \leqq \theta \leqq 2\pi)$$

【解答】$\theta = \dfrac{3}{8}\pi,\ \dfrac{11}{8}\pi$ のとき最大値 $\dfrac{1}{2}+\sqrt{2}$，$\theta = \dfrac{7}{8}\pi,\ \dfrac{15}{8}\pi$ のとき最小値 $\dfrac{1}{2}-\sqrt{2}$

(最大最小問題　その2)解答例

① $1-2\sin^2\theta=\cos2\theta$ より　$\sin^2\theta=\frac{1}{2}(1-\cos2\theta)$

② $2\sin\theta\cos\theta=\sin2\theta$ より　$\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{2}\sin2\theta$

③ $2\cos^2\theta-1=\cos2\theta$ より　$\cos^2\theta=\frac{1}{2}(1+\cos2\theta)$

3 次の関数の最大値，最小値を求めよ。また，そのときの θ の値を求めよ。　point 半角の公式 → 2θ で合成

$$y=\underbrace{\sin^2\theta}_{①}+2\underbrace{\sin\theta\cos\theta}_{②}+3\underbrace{\cos^2\theta}_{③}\quad(0\leqq\theta\leqq\pi)$$

$$y=\frac{1}{2}(1-\cos2\theta)+2\times\frac{1}{2}\sin2\theta+3\times\frac{1}{2}(1+\cos2\theta)$$

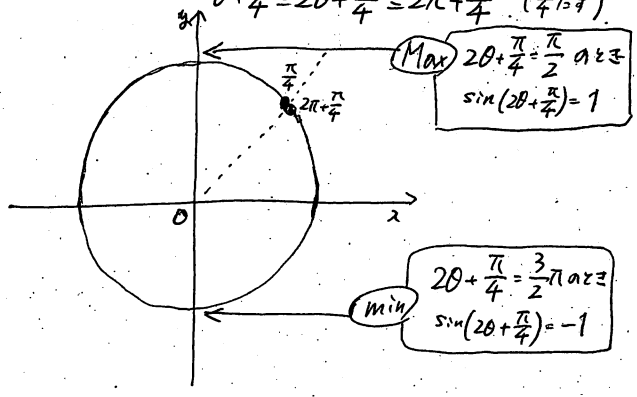
$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos2\theta+\sin2\theta+\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\cos2\theta$$

$$=\sin2\theta+\cos2\theta+2$$

$$=\sqrt{2}\sin\left(2\theta+\frac{\pi}{4}\right)+2\quad\cdots\cdots①$$

$0\leqq\theta\leqq\pi$ より　$0\leqq2\theta\leqq2\pi$　(2倍して)

$0+\frac{\pi}{4}\leqq2\theta+\frac{\pi}{4}\leqq2\pi+\frac{\pi}{4}$　($\frac{\pi}{4}$たす)



最大値について

$2\theta+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$ を解くと $\theta=\frac{\pi}{8}$

このとき $\sin(2\theta+\frac{\pi}{4})=1$ より ①に代入して

$$y=\sqrt{2}\times1+2=2+\sqrt{2}$$

最小値について

$2\theta+\frac{\pi}{4}=\frac{3}{2}\pi$ を解くと $\theta=\frac{5}{8}\pi$

このとき $\sin(2\theta+\frac{\pi}{4})=-1$ より ①に代入して

$$y=\sqrt{2}\times(-1)+2=2-\sqrt{2}$$

以上より

$\theta=\frac{\pi}{8}$ のとき最大値 $2+\sqrt{2}$，$\theta=\frac{5}{8}\pi$ のとき最小値 $2-\sqrt{2}$ //

4 次の関数の最大値，最小値を求めよ。また，そのときの θ の値を求めよ。

$$y=\underbrace{\sin^2\theta}_{①}+2\underbrace{\sin\theta\cos\theta}_{②}-\frac{1}{2}\cos2\theta\quad(0\leqq\theta\leqq2\pi)$$

$$y=\frac{1}{2}(1-\cos2\theta)+2\times\frac{1}{2}\sin2\theta-\frac{1}{2}\cos2\theta$$

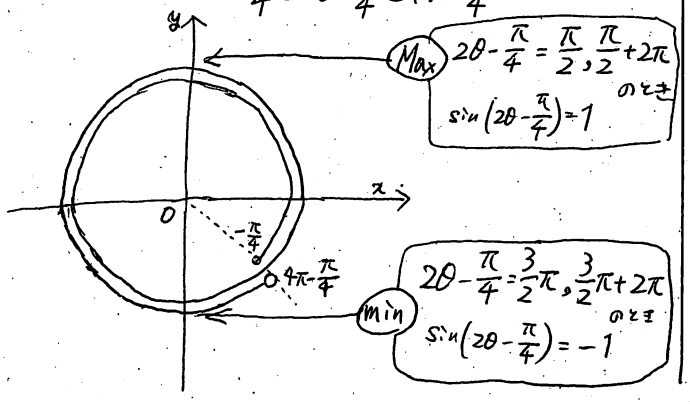
$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos2\theta+\sin2\theta-\frac{1}{2}\cos2\theta$$

$$=\sin2\theta-\cos2\theta+\frac{1}{2}$$

$$=\sqrt{2}\sin\left(2\theta-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{1}{2}\quad\cdots\cdots①$$

$0\leqq\theta\leqq2\pi$ より　$0\leqq2\theta\leqq4\pi$

$0-\frac{\pi}{4}\leqq2\theta-\frac{\pi}{4}\leqq4\pi-\frac{\pi}{4}$



最大値について

$2\theta-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$ と $2\theta-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+2\pi$ を解くと

$\theta=\frac{3}{8}\pi,\frac{11}{8}\pi$

このとき $\sin(2\theta-\frac{\pi}{4})=1$ より ①に代入して

$$y=\sqrt{2}\times1+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\sqrt{2}$$

最小値について

$2\theta-\frac{\pi}{4}=\frac{3}{2}\pi$ と $2\theta-\frac{\pi}{4}=\frac{3}{2}\pi+2\pi$ を解くと

$\theta=\frac{7}{8}\pi,\frac{15}{8}\pi$

このとき $\sin(2\theta-\frac{\pi}{4})=-1$ より ①に代入して

$$y=\sqrt{2}\times(-1)+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-\sqrt{2}$$

以上より

$\theta=\frac{3}{8}\pi,\ \frac{11}{8}\pi$ のとき最大値 $\frac{1}{2}+\sqrt{2}$，$\theta=\frac{7}{8}\pi,\ \frac{15}{8}\pi$ のとき最小値 $\frac{1}{2}-\sqrt{2}$ //