ショートトライアル　指数の計算

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の値を求めよ。

(1) 6^0

(2) 3^{-1}

(3) 5^{-2}

(4) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

(5) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$

(6) $\sqrt[3]{64}$

2　次の式を計算せよ。

(1) $a^{-8}a^6$

(2) $(a^{-3})^2$

(3) $\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{9}$

(4) $(\sqrt[4]{5})^3$

(5) $27^{-\frac{4}{3}}$

(6) $\sqrt[4]{5} \times \sqrt[8]{5^3} \div \sqrt{5}$

(7) $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{2}$

3　関数 $y = 3^x$ のグラフをかけ。

ショートトライアル　指数の計算

＿＿組＿＿番　氏名 解答例

1　次の値を求めよ。

(1) $6^0 = 1$ //

(2) $3^{-1} = \frac{1}{3}$ //

(3) $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$ //

(4) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \left(\frac{2}{1}\right) = 2$ //

(5) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$ //

(6) $\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = 4$ //

[別解]

$\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{1}{\frac{9}{16}} = \frac{16}{9}$ //

2　次の式を計算せよ。

(1) $a^{-8}a^6$

(与式) $= a^{-8+6} = a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ //

(2) $(a^{-3})^2$

(与式) $= a^{-3\times 2} = a^{-6} = \frac{1}{a^6}$ //

(3) $\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{9}$

(与式) $= \sqrt[3]{27} = 3$ //

(4) $(\sqrt[4]{5})^3$

(与式) $= \sqrt[4]{125}$ //

(5) $27^{-\frac{4}{3}}$

(与式) $= (3^3)^{-\frac{4}{3}} = 3^{3\times\left(-\frac{4}{3}\right)}$

$= 3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$ //

(6) $\sqrt[4]{5} \times \sqrt[8]{5^3} \div \sqrt{5}$

(与式) $= 5^{\frac{1}{4}} \times 5^{\frac{3}{8}} \div 5^{\frac{1}{2}}$

$= 5^{\frac{1}{4}+\frac{3}{8}-\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{8}}$

$= \sqrt[8]{5}$ //

point

$\sqrt{12} = \sqrt{2^2\times 3}$

$= 2\sqrt{3}$

と同じ

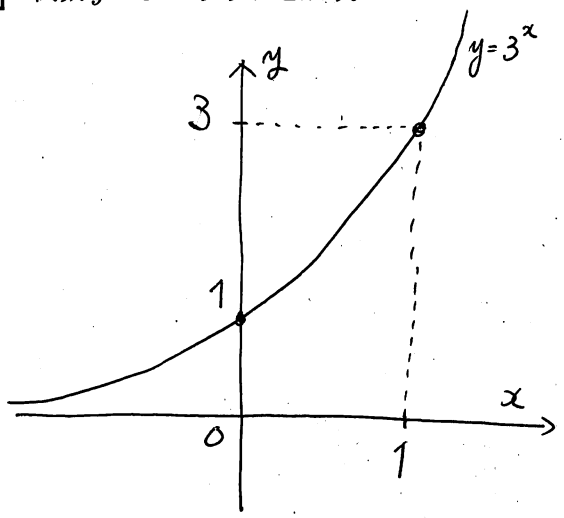
(7) $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{2}$

(与式) $= \sqrt[3]{3^3\times 2} - \sqrt[3]{2}$

$= 3\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2}$

$= 2\sqrt[3]{2}$ //

3　関数 $y = 3^x$ のグラフをかけ。



ショートトライアル　指数

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ 次の値を求めよ。

(1) 5^0

(2) 4^{-2}

(3) $\left(\frac{5}{2}\right)^{-3}$

(4) $\sqrt{\sqrt[3]{64}}$

$\boxed{2}$ 次の式を計算せよ。

(1) $\sqrt[4]{5} \times \sqrt[8]{5^3} \div \sqrt{5}$

(2) $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{2}$

$\boxed{1}$ 次の方程式・不等式を解け。

(1) $9^x = 27$

(2) $8^x \geqq 4^{1-x}$

(3) $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x} > \frac{9}{4}$

(4) $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$

(5) $4^x - 2^{x+1} - 8 \leqq 0$

ショートトライアル　指数

＿＿組＿＿番　氏名 解答例

1　次の値を求めよ。

(1) $5^0 = 1$

(2) $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$

(3) $\left(\frac{5}{2}\right)^{-3}$

(与式) $= \frac{1}{\left(\frac{5}{2}\right)^3} = \frac{1}{\frac{125}{8}} = \frac{8}{125}$

(4) $\sqrt{\sqrt[3]{64}}$

(与式) $= 2\times\sqrt[3]{64} = 6\sqrt{64}$

$= 6\sqrt{2^6} = 2$

(3)は $\left(\frac{b}{a}\right)^{-n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ より $\left(\frac{5}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}$ でもOK.

2　次の式を計算せよ。

(1) $\sqrt[4]{5}\times\sqrt[8]{5^3}\div\sqrt{5}$

$\boxed{\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}}$

(与式) $= 5^{\frac{1}{4}}\times 5^{\frac{3}{8}} \div 5^{\frac{1}{2}}$

$= 5^{\frac{1}{4}+\frac{3}{8}-\frac{1}{2}} = 5^{\frac{2+3-4}{8}} = 5^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{5}$

(2) $\sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{2}$

(与式) $= \sqrt[3]{3^3\times 2} - \sqrt[3]{2}$

$= 3\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2}$

$= 2\sqrt[3]{2}$

考え方は
$\sqrt{12} = \sqrt{2^2\times 3}$
$= 2\sqrt{3}$
と同じ

1　次の方程式・不等式を解け。

(1) $9^x = 27$

$\left[\begin{array}{l} 9^x = (3^2)^x = 3^{2x} \\ 27 = 3^3 \end{array}\right]$

$3^{2x} = 3^3$

$2x = 3$

$x = \frac{3}{2}$

(2) $8^x \geqq 4^{1-x}$

$\left[\begin{array}{l} 8^x = (2^3)^x = 2^{3x} \\ 4^{1-x} = (2^2)^{1-x} \\ \quad = 2^{2(1-x)} \\ \quad = 2^{2-2x} \end{array}\right]$

$2^{3x} \geqq 2^{2-2x}$

底2は1より大きいから

$3x \geqq 2-2x$

$5x \geqq 2$

$x \geqq \frac{2}{5}$

(3) $\left(\frac{2}{3}\right)^{3x} > \frac{9}{4}$

$\left[\frac{9}{4} = \frac{3^2}{2^2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right]$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{3x} > \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$

底$\frac{2}{3}$は1より小さいから

$3x < -2$

$x < -\frac{2}{3}$

(4) $4^x - 3\cdot 2^x - 4 = 0$

$2^x = t$ とおくと　$4^x = (2^x)^2 = t^2$　また $t = 2^x > 0$.

方程式より　$t^2 - 3t - 4 = 0$

$(t-4)(t+1) = 0$

$t = 4, -1$

$t > 0$ なので $t = 4$

$2^x = 4$

$2^x = 2^2$ より　$x = 2$

(5) $4^x - 2^{x+1} - 8 \leqq 0$

$2^x = t$ とおくと　$4^x = (2^x)^2 = t^2$

$2^{x+1} = 2^x\times 2^1 = t\times 2 = 2t$

また $t = 2^x > 0$.

不等式より　$t^2 - 2t - 8 \leqq 0$

$(t-4)(t+2) \leqq 0$

$-2 \leqq t \leqq 4$.

$t > 0$ より　$0 < t \leqq 4$.

$2^x \leqq 4$

$2^x \leqq 2^2$

底2は1より大きいから

$x \leqq 2$

ショートトライアル　指数その２

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ 次の値を求めよ。

(1) 3^0

(2) 5^{-1}

(3) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}$

(4) $\sqrt{\sqrt[3]{27^2}}$

$\boxed{2}$ 次の式を計算せよ。

(1) $\sqrt[3]{9} \times \sqrt[6]{9} \div \sqrt[4]{27}$

(2) $\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{16}$

$\boxed{1}$ 次の方程式・不等式を解け。

(1) $8^x = 4$

(2) $9^x \geqq 27^{1-x}$

(3) $\left(\frac{1}{125}\right)^{4-x} > \frac{1}{25}$

(4) $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$

(5) $4^x - 7 \cdot 2^x - 8 \leqq 0$

ショートトライアル　指数その２

＿＿組＿＿番　氏名 解答例

1　次の値を求めよ。

(1) $3^0 = 1$

(2) $5^{-1} = \frac{1}{5}$

(3) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}$

(与式) $= \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$

(4) $\sqrt{\sqrt[3]{27^2}}$

(与式) $= \sqrt[2\times3]{27^2} = \sqrt[6]{27^2}$

$= \sqrt[3]{27} = 3$

2　次の式を計算せよ。

(1) $\sqrt[3]{9} \times \sqrt[6]{9} \div \sqrt[4]{27}$

(与式) $= \sqrt[3]{3^2} \times \sqrt[6]{3^2} \div \sqrt[4]{3^3} = 3^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{2}{6}} \div 3^{\frac{3}{4}}$

$= 3^{\frac{2}{3}+\frac{1}{3}-\frac{3}{4}} = 3^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{3}$

(2) $\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{16}$

(与式) $= \sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{2^3 \times 2} = \sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{2}$

$= -\sqrt[3]{2}$

1　次の方程式・不等式を解け。

(1) $8^x = 4$

$2^{3x} = 2^2$

$3x = 2$

$x = \frac{2}{3}$

(2) $9^x \geqq 27^{1-x}$

$3^{2x} \geqq 3^{3-3x}$

底3は1より大きいから

$2x \geqq 3-3x$

$5x \geqq 3$

$x \geqq \frac{3}{5}$

(3) $\left(\frac{1}{125}\right)^{4-x} > \frac{1}{25}$

$\left(\frac{1}{5}\right)^{12-3x} > \left(\frac{1}{5}\right)^2$

底$\frac{1}{5}$は1より小さいから

$12-3x < 2$

$-3x < -10$

$x > \frac{10}{3}$

(4) $9^x - 4\cdot3^x + 3 = 0$

$3^x = t$とおくと $9^x = (3^x)^2 = t^2$ また $t = 3^x > 0$

方程式より $t^2 - 4t + 3 = 0$

$(t-1)(t-3) = 0$

$t = 1, 3$　($t>0$をみたす)

$3^x = 1, 3$

$3^x = 1$ より $3^x = 3^0$　$\therefore x = 0$

$3^x = 3$ より $3^x = 3^1$　$\therefore x = 1$

以上より $x = 0, 1$

(5) $4^x - 7\cdot2^x - 8 \leqq 0$

$2^x = t$とおくと $4^x = (2^x)^2 = t^2$ また $t = 2^x > 0$

不等式より $t^2 - 7t - 8 \leqq 0$

$(t-8)(t+1) \leqq 0$

$-1 \leqq t \leqq 8$

$t>0$より　$0 < t \leqq 8$

$2^x \leqq 8$

$2^x \leqq 2^3$

底2は1より大きいから

$x \leqq 3$

ショートトライアル　対数その０

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の値を求めよ。

(1) $\log_3 9$

(2) $\log_2 8$

(3) $\log_2 32$

(4) $\log_3 27$

(5) $\log_2 1024$

(6) $\log_7 7$

(7) $\log_5 1$

(8) $\log_3 \frac{1}{3}$

(9) $\log_2 \frac{1}{8}$

(10) $\log_4 4^3$

(11) $\log_5 \sqrt{5}$

(12) $\log_3 \sqrt[5]{3}$

(13) $\log_{\frac{1}{2}} 2$

(14) $\log_{\sqrt{3}} 3$

2　次の式を計算せよ。

(1) $\log_6 12 + \log_6 3$

(2) $2\log_3 2 - \log_3 12$

(3) $\log_8 32$

(4) $\log_{27} 4 \cdot \log_2 3$

ショートトライアル　対数その0

＿＿組＿＿番　氏名 解答例

1 次の値を求めよ。

(1) $\log_3 9$

(与式) $= \log_3 3^2 = 2$

(2) $\log_2 8$

(与式) $= \log_2 2^3 = 3$

(3) $\log_2 32$

(与式) $= \log_2 2^5 = 5$

(4) $\log_3 27$

(与式) $= \log_3 3^3 = 3$

(5) $\log_2 1024$

(与式) $= \log_2 2^{10} = 10$

(6) $\log_7 7$

(与式) $= 1$

(7) $\log_5 1$

(与式) $= 0$

(8) $\log_3 \frac{1}{3}$

(与式) $= \log_3 3^{-1} = -1$

(9) $\log_2 \frac{1}{8}$

(与式) $= \log_2 2^{-3} = -3$

(10) $\log_4 4^3$

(与式) $= 3$

(11) $\log_5 \sqrt{5}$

(与式) $= \log_5 5^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$

(12) $\log_3 \sqrt[5]{3}$

(与式) $= \log_3 3^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5}$

(13) $\log_{\frac{1}{2}} 2$

(与式) $= \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = -1$

(14) $\log_{\sqrt{3}} 3$

(与式) $= \log_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^2 = 2$

(8)の結果より $\log_a \frac{1}{a} = -1$

(13)の結果より $\log_{\frac{1}{a}} a = -1$

2 次の式を計算せよ。

対数の和 は 対数の中での積

$\boxed{\log_a M + \log_a N = \log_a MN}$

(1) $\log_6 12 + \log_6 3$

(与式) $= \log_6 (12 \times 3) = \log_6 36 = 2$

2をかつぎあげる

$\boxed{k \times \log_a M = \log_a M^k}$

(2) $2\log_3 2 - \log_3 12$

(与式) $= \log_3 2^2 - \log_3 12 = \log_3 \frac{2^2}{12}$

$= \log_3 \frac{1}{3} = -1$

$\boxed{\log_a M - \log_a N = \log_a \frac{M}{N}}$

対数の差 は 対数の中での商.

(3) $\log_8 32$

(与式) $= \frac{\log_2 32}{\log_2 8} = \frac{5}{3}$

底の変換公式

$$\boxed{\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}}$$

(4) $\log_{27} 4 \cdot \log_2 3$

(与式) $= \frac{\log_2 4}{\log_2 27} \times \log_2 3$

$= \frac{2}{\log_2 3^3} \times \log_2 3$

$\boxed{\log_a M^k = k \times \log_a M}$

肩の荷は下ろせる

$= \frac{2}{3\cancel{\log_2 3}} \times \cancel{\log_2 3}$

約分する.

$= \frac{2}{3}$

かつぎ上げ公式は便利なので使えるようになってほしい

$\frac{1}{2}\log_a b = \log_a \sqrt{b}$　$\left(\frac{\log_a b}{2} = \log_a \sqrt{b}\right)$

$-\log_a b = \log_a \frac{1}{b}$　$\left(\frac{\log_a b}{-1} = \log_a \frac{1}{b}\right)$

ショートトライアル　対数その１

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ 次の値を求めよ。

(1) $\log_3 27$

(2) $\log_2 \dfrac{1}{8}$

(3) $\log_{\frac{1}{4}} 4$

(4) $\log_5 \sqrt{5}$

(5) $\log_{\sqrt{2}} 4$

(6) $3^{\log_3 2}$

$\boxed{2}$ 次の式を計算せよ。

(1) $\log_{10} 2 + \log_{10} 50$

(2) $4\log_3 \sqrt{2} - \log_3 12$

(3) $\log_{32} 16$

(4) $\log_2 3 \cdot \log_9 16$

$\boxed{3}$ 次の関数のグラフをかけ。

(1) $y = \log_3 x$

(2) $y = \log_{\frac{1}{4}} x$

ショートトライアル　対数その１

＿＿組＿＿番　氏名　解答例

1　次の値を求めよ。

(1) $\log_3 27$

(与式) $= \log_3 3^3 = 3$ //

(2) $\log_2 \frac{1}{8}$

(与式) $= \log_2 2^{-3} = -3$ //

(3) $\log_{\frac{1}{4}} 4$

(与式) $= \log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = -1$ //

(4) $\log_5 \sqrt{5}$

(与式) $= \log_5 5^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$ //

(5) $\log_{\sqrt{2}} 4$

(与式) $= \log_{\sqrt{2}} (\sqrt{2})^4 = 4$ //

(6) $3^{\log_3 2}$

(与式) $= 2$ //

公式 $\boxed{a^{\log_a M} = M}$

2　次の式を計算せよ。

(1) $\log_{10} 2 + \log_{10} 50$

(与式) $= \log_{10}(2 \times 50)$

$= \log_{10} 100$

$= 2$ //

(2) $4\log_3 \sqrt{2} - \log_3 12$

(与式) $= \log_3 (\sqrt{2})^4 - \log_3 12$

$= \log_3 4 - \log_3 12 = \log_3 \frac{4}{12}$

$= \log_3 \frac{1}{3} = -1$ //

(3) $\log_{32} 16$

(与式) $= \frac{\log_2 16}{\log_2 32} = \frac{4}{5}$ //

(4) $\log_2 3 \cdot \log_9 16$

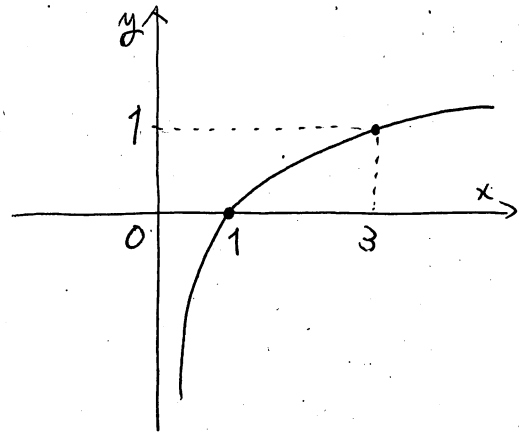
(与式) $= \log_2 3 \times \frac{\log_2 16}{\log_2 9}$

$= \log_2 3 \times \frac{4}{2\log_2 3}$

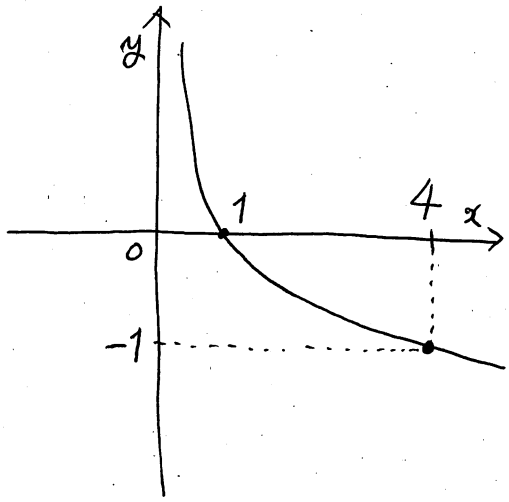
$= 2$ //

3　次の関数のグラフをかけ。

(1) $y = \log_3 x$



(2) $y = \log_{\frac{1}{4}} x$



ショートトライアル　対数その1.5

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の値を求めよ。

(1) $\log_2 1024$　　(2) $\log_3 81$

(3) $\log_{\frac{1}{5}} 5$　　(4) $\log_{\sqrt{5}} 5$

(5) $\log_4 \dfrac{1}{16}$　　(6) $9^{\log_3 5}$

2　次の式を計算せよ。

(1) $\log_6 2 + \log_6 3$

(2) $3\log_3 2 - 2\log_3 6\sqrt{2}$

(3) $\log_2 3 \cdot \log_{27} 4$

3　次の 2 つの数の大小を不等号を用いて表せ。

$3\log_2 5,\ 2\log_2 11$

4　次の方程式・不等式を解け。

(1) $\log_3 x + \log_3 (x-8) = 2$

(2) $\log_{\frac{1}{2}} x \geqq 3$

ショートトライアル　対数その1.5

＿＿組＿＿番　氏名 解答例

1 次の値を求めよ。

(1) $\log_2 1024$

(与式) $= \log_2 2^{10} = 10$ //

(2) $\log_3 81$

(与式) $= \log_3 3^4 = 4$ //

(3) $\log_{\frac{1}{5}} 5$

(与式) $= \log_{\frac{1}{5}} \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = -1$ //

(4) $\log_{\sqrt{5}} 5$

(与式) $= \log_{\sqrt{5}} (\sqrt{5})^2 = 2$ //

(5) $\log_4 \frac{1}{16}$

(与式) $= \log_4 4^{-2} = -2$ //

(6) $9^{\log_3 5}$

(与式) $= (3^2)^{\log_3 5}$

$= 3^{2\log_3 5}$

$= 3^{\log_3 5^2}$

$= 5^2 = 25$ //

2 次の式を計算せよ。

(1) $\log_6 2 + \log_6 3$

(与式) $= \log_6 (2 \times 3) = \log_6 6 = 1$ //

(2) $3\log_3 2 - 2\log_3 6\sqrt{2}$

(与式) $= \log_3 2^3 - \log_3 (6\sqrt{2})^2$

$= \log_3 8 - \log_3 72$

$= \log_3 \frac{8}{72} = \log_3 \frac{1}{9} = \log_3 3^{-2} = -2$ //

(3) $\log_2 3 \cdot \log_{27} 4$

(与式) $= \log_2 3 \times \frac{\log_2 4}{\log_2 27}$

$= \log_2 3 \times \frac{2}{\log_2 3^3}$

$= \cancel{\log_2 3} \times \frac{2}{3\cancel{\log_2 3}} = \frac{2}{3}$ //

3 次の2つの数の大小を不等号を用いて表せ。

$3\log_2 5,\ 2\log_2 11$

$3\log_2 5 = \log_2 5^3 = \log_2 125$

$2\log_2 11 = \log_2 11^2 = \log_2 121$

$121 < 125$ で底2は1より大きいから

$\log_2 121 < \log_2 125$

よって $2\log_2 11 < 3\log_2 5$ //

4 次の方程式・不等式を解け。

(1) $\log_3 x + \log_3 (x-8) = 2$

真数は正だから $x > 0$ かつ $x - 8 > 0$

すなわち $x > 8$ ……①

方程式より $\log_3 x(x-8) = \log_3 3^2$

$x(x-8) = 3^2$

$x^2 - 8x - 9 = 0$

$(x-9)(x+1) = 0$

$x = 9, -1$

①より $x = 9$ //

(2) $\log_{\frac{1}{2}} x \geqq 3$

真数は正だから $x > 0$ ……①

不等式より $\log_{\frac{1}{2}} x \geqq \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^3$

底 $\frac{1}{2}$ は1より小さいから

$x \leqq \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$x \leqq \frac{1}{8}$ ……②

①かつ②より $0 < x \leqq \frac{1}{8}$ //

ショートトライアル　対数その1.8

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ 次の値を求めよ。

(1) $\log_4 64$　　(2) $\log_5 \dfrac{1}{25}$

(3) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{3}$　　(4) $125^{\log_5 2}$

$\boxed{2}$ 次の式を計算せよ。

(1) $2\log_5 10 - \log_5 20$

(2) $\log_3 4 + \log_3 6 - \log_3 72$

(3) $(\log_2 3 + \log_8 9)(\log_3 2 + \log_{81} 8)$

$\boxed{3}$ 次の２つの数の大小を不等号を用いて表せ。

$3,\ 2\log_3 4,\ 3\log_3 2$

$\boxed{4}$ $\dfrac{1}{2} \leqq x \leqq 4$ のとき，関数

$y = (\log_2 x)^2 - \log_2 x^2 + 5$

の最大値と最小値を求めよ。

ショートトライアル　対数その1.8

＿＿組＿＿番　氏名　解答例

1　次の値を求めよ。

(1) $\log_4 64$

(与式) $= \log_4 4^3 = 3$ //

(2) $\log_5 \frac{1}{25}$

(与式) $= \log_5 5^{-2} = -2$ //

(3) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{3}$

(与式) $= \dfrac{\log_3 \sqrt{3}}{\log_3 \frac{1}{3}}$

$= \dfrac{\frac{1}{2}}{-1}$

$= -\dfrac{1}{2}$ //

(4) $125^{\log_5 2}$

(与式) $= (5^3)^{\log_5 2} = 5^{3\log_5 2}$

$= 5^{\log_5 2^3} = 2^3 = 8$ //

(別解)

(与式) $= 125^{\log_{125} 8} = 8$ //

$\boxed{\log_a b = \log_{a^n} b^n}$ を使った。

2　次の式を計算せよ。

(1) $2\log_5 10 - \log_5 20$

(与式) $= \log_5 10^2 - \log_5 20 = \log_5 \dfrac{10^2}{20} = \log_5 5 = 1$ //

(2) $\log_3 4 + \log_3 6 - \log_3 72$

(与式) $= \log_3 \dfrac{4\times 6}{72} = \log_3 \dfrac{1}{3} = -1$ //

(3) $(\log_2 3 + \log_8 9)(\log_3 2 + \log_{81} 8)$

(与式) $= \left(\log_2 3 + \dfrac{\log_2 9}{\log_2 8}\right)\left(\dfrac{\log_2 2}{\log_2 3} + \dfrac{\log_2 8}{\log_2 81}\right)$

$= \left(\log_2 3 + \dfrac{\log_2 3^2}{3}\right)\left(\dfrac{1}{\log_2 3} + \dfrac{3}{\log_2 3^4}\right)$

$= \left(\log_2 3 + \dfrac{2\log_2 3}{3}\right)\left(\dfrac{1}{\log_2 3} + \dfrac{3}{4\log_2 3}\right)$

$= \overset{①}{1} + \overset{②}{\dfrac{3}{4}} + \overset{③}{\dfrac{2}{3}} + \overset{④}{\dfrac{1}{2}}$

$= \dfrac{35}{12}$ //

実は $\left(1+\dfrac{2}{3}\right)\left(\dfrac{1}{1}+\dfrac{3}{4}\right)$ ですよね……

3　次の2つの数の大小を不等号を用いて表せ。

$3,\ 2\log_3 4,\ 3\log_3 2$

$3 = \log_3 3^3 = \log_3 27$

$2\log_3 4 = \log_3 4^2 = \log_3 16$

$3\log_3 2 = \log_3 2^3 = \log_3 8$

$8 < 16 < 27$ で 底3は1より大きいから

$\log_3 8 < \log_3 16 < \log_3 27$

ゆえに

$3\log_3 2 < 2\log_3 4 < 3$ //

4　$\frac{1}{2} \leqq x \leqq 4$ のとき，関数

$y = (\log_2 x)^2 - \log_2 x^2 + 5$

の最大値と最小値を求めよ。

$\log_2 x = t$ とおくと $\frac{1}{2} \leqq x \leqq 4$ で

底2は1より大きいから

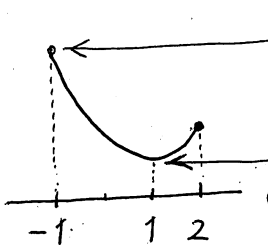
$\log_2 \frac{1}{2} \leqq \log_2 x \leqq \log_2 4$

$-1 \leqq t \leqq 2$

関数より $y = (\log_2 x)^2 - 2\log_2 x + 5$

$= t^2 - 2t + 5$

$= (t-1)^2 + 4$



$t=-1$ のとき

Max $y = (-1)^2 - 2\times(-1) + 5$

$= 8$

$t = 1$ のとき

min $y = 4$

$\boxed{\log_a M = p \Leftrightarrow M = a^p}$

$t=-1$ のとき $\log_2 x = -1 \Leftrightarrow x = 2^{-1} = \frac{1}{2}$

$t = 1$ のとき $\log_2 x = 1 \Leftrightarrow x = 2^1 = 2$

以上より

$x = \frac{1}{2}$ のとき最大値8，$x = 2$ のとき最小値4 //

ショートトライアル　対数その２

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$　次の方程式・不等式を解け。

(1) $\log_2 x + \log_2 (x+7) = 3$

(2) $\log_2 (x+1) + \log_2 (x-2) < 2$

$\boxed{2}$　$1 \leqq x \leqq 27$ のとき，関数
$y = (\log_3 x)^2 - \log_3 x^4 - 1$
の最大値と最小値を求めよ。

$\boxed{3}$　$\log_{10} 2 = a$，$\log_{10} 3 = b$ とするとき，
次の値を a，b で表せ。

(1) $\log_{10} \sqrt[3]{6}$

(2) $\log_{10} 48$

(3) $\log_{10} 5$

(4) $\log_8 3$

$\boxed{4}$　2^{45} の桁数を求めよ。
ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

ショートトライアル　対数その２

＿＿組＿＿番　氏名　解答例

1　次の方程式・不等式を解け。

(1) $\log_2 x + \log_2 (x+7) = 3$

真数は正だから $x>0$ かつ $x+7>0$

すなわち　$x>0$ ……①

方程式より　$\log_2 x(x+7) = \log_2 2^3$

$\therefore x(x+7) = 2^3$

$(x+8)(x-1)=0$

$x=-8,\ 1$

①より　$x=1$ //

(2) $\log_2 (x+1) + \log_2 (x-2) < 2$

真数は正だから $x+1>0$ かつ $x-2>0$

すなわち $x>2$ ……①

不等式より $\log_2 (x+1)(x-2) < \log_2 2^2$

底2は1より大きいから

$(x+1)(x-2) < 2^2$

$(x-3)(x+2) < 0$

$-2 < x < 3$ ……②

①かつ②より

$2 < x < 3$ //

2　$1 \leqq x \leqq 27$ のとき，関数

$y = (\log_3 x)^2 - \log_3 x^4 - 1$

の最大値と最小値を求めよ。

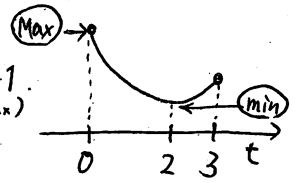
$t = \log_3 x$ とおく．$1 \leqq x \leqq 27$ で底3は1より大きいから

$\log_3 1 \leqq \log_3 x \leqq \log_3 27$ より　$0 \leqq t \leqq 3$ ……①

$y = (\log_3 x)^2 - 4\log_3 x - 1$

$= t^2 - 4t - 1 = (t-2)^2 - 4 - 1$

$= (t-2)^2 - 5$



$t=0$ のとき $y = 0^2 - 4\times 0 - 1 = -1$ (Max)

$t=2$ のとき $y=-5$ (min)

また $t=0$ のときは $\log_3 x = 0$ より $x = 3^0 = 1$

$t=2$ のときは $\log_3 x = 2$ より $x = 3^2 = 9$

以上より

$x=1$ で最大値 -1，$x=9$ で最小値 -5 //

3　$\log_{10} 2 = a$，$\log_{10} 3 = b$ とするとき，次の値を a，b で表せ。

(1) $\log_{10} \sqrt[3]{6}$

(与式) $= \log_{10} 6^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}\log_{10} 6 = \frac{1}{3}\log_{10}(2\times 3)$

$= \frac{1}{3}(\log_{10} 2 + \log_{10} 3) = \frac{1}{3}(a+b)$ //

(2) $\log_{10} 48$

(与式) $= \log_{10}(2^4 \times 3) = \log_{10} 2^4 + \log_{10} 3$

$= 4\log_{10} 2 + \log_{10} 3 = 4a+b$ //

(3) $\log_{10} 5$

(与式) $= \log_{10} \frac{10}{2} = \log_{10} 10 - \log_{10} 2$

$= 1 - a$ //

(4) $\log_8 3$

(与式) $= \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 8} = \frac{\log_{10} 3}{3\log_{10} 2} = \frac{b}{3a}$ //

4　2^{45} の桁数を求めよ。

ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

$\log_{10} 2^{45} = 45 \times \log_{10} 2 = 45 \times 0.3010$

$= 13.545$

$\therefore 2^{45} = 10^{13.545}$

よって　$10^{13} < 2^{45} < 10^{14}$ だから

14桁 //

ショートトライアル　対数その３

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$　２つの数，$3\log_4 3$，$2\log_4 5$
の大小を不等号を用いて表せ。

$\boxed{2}$　３つの数，$2\log_5 3$，$3\log_5 2$，$\log_{25} 70$
の大小を不等号を用いて表せ。

$\boxed{3}$　次の値を求めよ。

(1) $\log_{\frac{1}{4}} \dfrac{1}{32}$　　(2) $\log_{\sqrt{5}} 25$

(3) $9^{\log_3 5}$　　(4) $2^{\log_4 3}$

$\boxed{4}$　次の式を計算せよ。

(1) $\log_3 4 + \log_3 18 - 3\log_3 2$

(2) $(\log_2 3 + \log_4 9)(\log_3 4 + \log_9 2)$

$\boxed{5}$　$\left(\dfrac{1}{3}\right)^{30}$ を小数で表したとき，小数第何位に初めて
0 でない数字が現れるか。
ただし，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

ショートトライアル　対数その３

＿＿組＿＿番　氏名　解答例

1　２つの数，$3\log_4 3$，$2\log_4 5$ の大小を不等号を用いて表せ。

$3\log_4 3 = \log_4 3^3 = \log_4 27$.

$2\log_4 5 = \log_4 5^2 = \log_4 25$

$25 < 27$ で底4は1より大きいから

$\log_4 25 < \log_4 27$.

$\therefore 2\log_4 5 < 3\log_4 3$ //

2　３つの数，$2\log_5 3$，$3\log_5 2$，$\log_{25} 70$ の大小を不等号を用いて表せ。

$2\log_5 3 = \log_5 9$ ，$3\log_5 2 = \log_5 8$.

$\log_{25} 70 = \dfrac{\log_5 70}{\log_5 25} = \dfrac{1}{2}\log_5 70 = \log_5 \sqrt{70}$.

$64 < 70 < 81$ より $8 < \sqrt{70} < 9$ で

底5は1より大きいから $\log_5 8 < \log_5 \sqrt{70} < \log_5 9$.

よって $3\log_5 2 < \log_{25} 70 < 2\log_5 3$ //

別解　$\log_a b = \log_{a^2} b^2$ を使うと

$2\log_5 3 = \log_5 9 = \log_{25} 81$.

$3\log_5 2 = \log_5 8 = \log_{25} 64$　底25で比べる.

（以下略）

3　次の値を求めよ。

(1) $\log_{\frac{1}{4}} \dfrac{1}{32}$

(与式) $= \dfrac{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{32}}{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}} = \dfrac{5}{2}$ //

(2) $\log_{\sqrt{5}} 25$

(与式) $= \log_{\sqrt{5}} (\sqrt{5})^4 = 4$ //

(3) $9^{\log_3 5}$

(与式) $= (3^2)^{\log_3 5}$

$= 3^{2\log_3 5}$

$= 3^{\log_3 5^2}$

$= 5^2$

$= 25$ //

(4) $2^{\log_4 3}$

(与式) $= 2^{\frac{\log_2 3}{\log_2 4}}$

$= 2^{\frac{1}{2}\log_2 3}$

$= 2^{\log_2 3^{\frac{1}{2}}}$

$= 3^{\frac{1}{2}}$

$= \sqrt{3}$ //

4　次の式を計算せよ。

(1) $\log_3 4 + \log_3 18 - 3\log_3 2$

(与式) $= \log_3 4 + \log_3 18 - \log_3 2^3$

$= \log_3 \dfrac{4 \times 18}{2^3} = \log_3 9 = 2$ //

(2) $(\log_2 3 + \log_4 9)(\log_3 4 + \log_9 2)$

(与式) $= \left(\log_2 3 + \dfrac{\log_2 9}{\log_2 4}\right)\left(\dfrac{\log_2 4}{\log_2 3} + \dfrac{\log_2 2}{\log_2 9}\right)$

$= \left(\log_2 3 + \dfrac{2\log_2 3}{2}\right)\left(\dfrac{2}{\log_2 3} + \dfrac{1}{2\log_2 3}\right)$

$= (\log_2 3 + \log_2 3)\left(\dfrac{2}{\log_2 3} + \dfrac{1}{2\log_2 3}\right)$

$= 2\log_2 3 \times \left(\dfrac{2}{\log_2 3} + \dfrac{1}{2\log_2 3}\right)$

$(1+1)\left(\dfrac{2}{1} + \dfrac{1}{2}\right)$

$= 2 \times \dfrac{5}{2} = 5$

$= 4 + 1 = 5$ //

（底をそろえる、片の荷をおろす、分配する）

5　$\left(\dfrac{1}{3}\right)^{30}$ を小数で表したとき，小数第何位に初めて0でない数字が現れるか。

ただし，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

$\log_{10}\left(\dfrac{1}{3}\right)^{30} = 30 \times \log_{10}\dfrac{1}{3} = 30 \times \log_{10} 3^{-1}$

$= (-30) \times \log_{10} 3 = (-30) \times 0.4771$

$= -14.313$

$\Leftrightarrow \left(\dfrac{1}{3}\right)^{30} = 10^{-14.313}$.

$10^{-15} < \left(\dfrac{1}{3}\right)^{30} < 10^{-14}$ より

小数第15位に初めて0でない数が現れる //

ショートトライアル　対数その４

＿＿組＿＿番　氏名　解答例

1　次の値を求めよ。

(1)　$\log_5 25$

(与式) $= \log_5 5^2 = \underline{2}$ //

(2)　$\log_{\frac{1}{2}} 2$

(与式) $= \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = \underline{-1}$ //

(3)　$\log_3 \frac{1}{9}$

(与式) $= \log_3 \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = \underline{-2}$ //

(4)　$\log_2 256$

(与式) $= \log_2 2^8 = \underline{8}$ //

(5)　$\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} 125$

(与式) $= \dfrac{\log_5 125}{\log_5 \frac{1}{\sqrt{5}}}$

$= \dfrac{\log_5 5^3}{\log_5 5^{-\frac{1}{2}}}$

$= \dfrac{3}{-\frac{1}{2}} = \underline{-6}$ //

(6)　$27^{\log_3 \sqrt{5}}$

(与式) $= (3^3)^{\log_3 \sqrt{5}}$

$= 3^{3\log_3 \sqrt{5}}$

$= 3^{\log_3 (\sqrt{5})^3}$

$= (\sqrt{5})^3$

$= \underline{5\sqrt{5}}$ //

2　次の式を計算せよ。

(1)　$\log_6 72 - \log_6 2$

(与式) $= \log_6 \dfrac{72}{2} = \log_6 36 = \underline{2}$ //

(2)　$(\log_2 3 - \log_8 9)(\log_3 16 + \log_{27} 4)$

(与式) $= \left(\log_2 3 - \dfrac{\log_2 9}{\log_2 8}\right)\left(\dfrac{\log_2 16}{\log_2 3} + \dfrac{\log_2 4}{\log_2 27}\right)$

$= \left(\log_2 3 - \dfrac{\log_2 3^2}{3}\right)\left(\dfrac{4}{\log_2 3} + \dfrac{2}{\log_2 3^3}\right)$

$= \left(\log_2 3 - \dfrac{2\log_2 3}{3}\right)\left(\dfrac{4}{\log_2 3} + \dfrac{2}{3\log_2 3}\right)$

$= 4 + \dfrac{2}{3} - \dfrac{8}{3} - \dfrac{4}{9}$

$= \dfrac{36 + 6 - 24 - 4}{9}$

$= \underline{\dfrac{14}{9}}$ //　$\longleftarrow \left(1 - \dfrac{2}{3}\right)\left(\dfrac{4}{1} + \dfrac{2}{3}\right)$

3　$1 \leqq x \leqq 64$ のとき，関数

$y = (\log_2 x)^2 - 2\log_2 x^4 + 2$

の最大値と最小値を求めよ。

$\log_2 x = t$ とおくと $1 \leqq x \leqq 64$ で

底2は1より大きいから

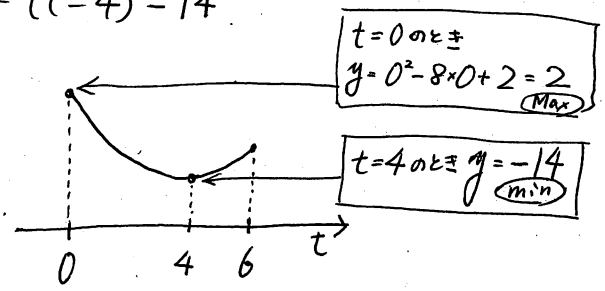
$\log_2 1 \leqq \log_2 x \leqq \log_2 64$

$0 \leqq t \leqq 6$

$y = (\log_2 x)^2 - 8\log_2 x + 2$

$= t^2 - 8t + 2$

$= (t-4)^2 - 14$



$t=0$ のとき $\log_2 x = 0$ より $x = 2^0 = 1$

$t=4$ のとき $\log_2 x = 4$ より $x = 2^4 = 16$

以上より

$\underline{x=1 \text{ のとき最大値 } 2,\ x=16 \text{ のとき最小値 } -14}$ //

4　2^{50} の桁数を求めよ。

ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

$\log_{10} 2^{50} = 50\log_{10} 2$

$= 50 \times 0.3010$

$= 15.05$

$2^{50} = 10^{15.05}$

$10^{15} < 10^{15.05} < 10^{16}$

$10^{15} < 2^{50} < 10^{16}$ だから $\underline{16\text{桁}}$ //

ショートトライアル　対数その４

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の値を求めよ。

(1) $\log_5 25$　　(2) $\log_{\frac{1}{2}} 2$

(3) $\log_3 \dfrac{1}{9}$　　(4) $\log_2 256$

(5) $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} 125$　　(6) $27^{\log_3 \sqrt{5}}$

2　次の式を計算せよ。

(1) $\log_6 72 - \log_6 2$

(2) $(\log_2 3 - \log_8 9)(\log_3 16 + \log_{27} 4)$

3　$1 \leqq x \leqq 64$ のとき，関数
$y = (\log_2 x)^2 - 2\log_2 x^4 + 2$
の最大値と最小値を求めよ。

4　2^{50} の桁数を求めよ。
ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

ショートトライアル　対数その５

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の値を求めよ。

(1) $\log_3 9$　　(2) $\log_{\frac{1}{5}} 25$

(3) $\log_4 \dfrac{1}{32}$　　(4) $2^{\log_8 5}$

2　次の方程式・不等式を解け。

(1) $\log_3 (2x+1) + \log_3 (x-3) = 2$

(2) $\log_{\frac{1}{2}} (x-2) > 3$

(3) $(\log_3 x)^2 - \log_3 x^2 - 8 \leqq 0$

3　3つの数，$2\log_4 3$，$\log_{16} 100$，$3\log_4 2$ の大小を不等号を用いて表せ。

ショートトライアル　対数その5

＿＿組＿＿番　氏名　解答例

1　次の値を求めよ。

(1) $\log_3 9$

(与式) $= \log_3 3^2 = 2$ //

(2) $\log_{\frac{1}{5}} 25$

(与式) $= \dfrac{\log_5 25}{\log_5 \frac{1}{5}} = \dfrac{2}{-1} = -2$ //

(3) $\log_4 \dfrac{1}{32}$

(与式) $= \dfrac{\log_2 \frac{1}{32}}{\log_2 4} = \dfrac{-5}{2}$

$= -\dfrac{5}{2}$ //

(4) $2^{\log_8 5}$

(与式) $= 2^{\frac{\log_2 5}{\log_2 8}}$

$= 2^{\frac{1}{3}\log_2 5}$

$= 2^{\log_2 5^{\frac{1}{3}}}$

$= 5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$ //

2　次の方程式・不等式を解け。

(1) $\log_3(2x+1) + \log_3(x-3) = 2$

真数は正なので $2x+1>0$ かつ $x-3>0$

すなわち $x>3$ ……①

方程式より $\log_3(2x+1)(x-3) = \log_3 3^2$

$(2x+1)(x-3) = 3^2$

$2x^2-5x-12=0$

$(2x+3)(x-4)=0$

$x = -\dfrac{3}{2}, 4$

①より　$x=4$ //

(2) $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) > 3$

真数は正なので $x-2>0$

すなわち　$x>2$ ……①

不等式より $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) > \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^3$

底 $\frac{1}{2}$ は1より小さいので

$x-2 < \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$x < \dfrac{17}{8}$ ……②

①かつ②より

$2 < x < \dfrac{17}{8}$ //

(3) $(\log_3 x)^2 - \log_3 x^2 - 8 \leqq 0$

$t = \log_2 x$ とおくと t は実数全体.

$(\log_3 x)^2 - 2\log_3 x - 8 \leqq 0$

$t^2 - 2t - 8 \leqq 0$

$(t-4)(t+2) \leqq 0$

$-2 \leqq t \leqq 4$

$-2 \leqq \log_3 x \leqq 4$

$\log_3 3^{-2} \leqq \log_3 x \leqq \log_3 3^4$

底3は1より大きいから

$3^{-2} \leqq x \leqq 3^4$

$\therefore \dfrac{1}{9} \leqq x \leqq 81$ //

3　3つの数，$2\log_4 3$，$\log_{16} 100$，$3\log_4 2$ の大小を不等号を用いて表せ。

$2\log_4 3 = \log_4 3^2 = \log_4 9$

$\log_{16} 100 = \dfrac{\log_4 100}{\log_4 16} = \dfrac{\log_4 10^2}{2}$

$= \dfrac{2\log_4 10}{2} = \log_4 10$

$3\log_4 2 = \log_4 2^3 = \log_4 8$

$8<9<10$ より底4は1より大きいから

$\log_4 8 < \log_4 9 < \log_4 10$

よって $3\log_4 2 < 2\log_4 3 < \log_{16} 100$ //

別解　底16でそろえる（$\log_a b = \log_{a^2} b^2$ を使う）

$2\log_4 3 = \log_4 9 = \log_{16} 81$

$3\log_4 2 = \log_4 8 = \log_{16} 64$

$64<81<100$ より底16は1より大きいから.

$\log_{16} 64 < \log_{16} 81 < \log_{16} 100$

よって $3\log_4 2 < 2\log_4 3 < \log_{16} 100$ //

対数の性質　方程式・不等式

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の式を計算せよ。

(1) $\log_{\frac{1}{8}} 16$

(2) $\log_2 27 \cdot \log_3 \dfrac{1}{4}$

(3) $(\log_2 3 + \log_{16} 27)(\log_9 8 + \log_3 16)$

2　次の関数のグラフをかけ。

(1) $y = \log_3 x$　　(2) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

3　次の 3 つの数の大小を不等号を用いて表せ。

$\log_9 64,\ 2,\ \log_3 7$

4　次の方程式・不等式を解け。

(1) $\log_4 x + \log_4 (x-6) = 2$

(2) $\log_3 x + \log_3 (x-2) \geqq 1$

$\boxed{5}$ $1 \leqq x \leqq 16$ のとき，関数 $y = (\log_2 x)^2 - \log_2 x^2$ の最大値と最小値を求めよ。

$\boxed{6}$ 次の値を求めよ。

(1) $4^{\log_4 3}$

(2) $125^{\log_5 \sqrt{2}}$

(3) $3^{\log_9 4}$

$\boxed{7}$ $\log_{10} 2 = a$，$\log_{10} 3 = b$ とするとき，次の値を a，b で表せ。

(1) $\log_{10} 24$

(2) $\log_{10} 18000000$

(3) $\log_{10} \sqrt[4]{6}$

(4) $\log_{10} 5$

(5) $\log_9 2$

対数　最大最小　桁数

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の方程式・不等式を解け。

(1) $\log_2 x + \log_2 (x+7) = 3$

(2) $\log_{10} (x-3) + \log_{10} x \leqq 1$

2　$1 \leqq x \leqq 32$ のとき，関数 $y = (\log_2 x)^2 - \log_2 x^4 + 3$ の最大値と最小値を求めよ。

$\boxed{3}$ $\log_{10} 2 = 0.3010$，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。
次の問いに答えよ。

(1) $\log_{10} 6$ の値を求めよ。

(2) $\log_{10} 24000$ の値を求めよ。

(3) $\log_{10} 5$ の値を求めよ。

(4) 6^{20} は何桁の数か。

$\boxed{4}$ $\left(\frac{1}{5}\right)^{10}$ は小数第何位に初めて 0 でない数が現れるか。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

対数の性質　方程式・不等式

＿＿組＿＿番　氏名　解答例

1　次の式を計算せよ。

(1) $\log_{\frac{1}{8}} 16$

$$(与式)=\frac{\log_2 16}{\log_2 \frac{1}{8}}=\frac{4}{-3}=-\frac{4}{3}$$

(2) $\log_2 27 \cdot \log_3 \frac{1}{4}$

$$(与式)=\log_2 3^3 \times \frac{\log_2 \frac{1}{4}}{\log_2 3}=3\log_2 3 \times \frac{-2}{\log_2 3}$$

$$=-6$$

(3) $(\log_2 3+\log_{16} 27)(\log_9 8+\log_3 16)$

$$(与式)=\left(\log_2 3+\frac{\log_2 27}{\log_2 16}\right)\left(\frac{\log_2 8}{\log_2 9}+\frac{\log_2 16}{\log_2 3}\right)$$

$$=\left(\log_2 3+\frac{\log_2 3^3}{4}\right)\left(\frac{3}{\log_2 3^2}+\frac{4}{\log_2 3}\right)$$

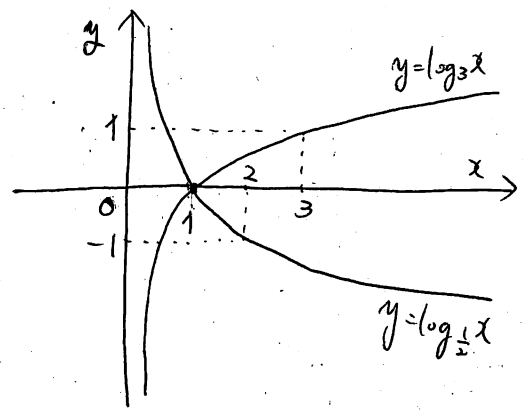
$$=\left(\log_2 3+\frac{3\log_2 3}{4}\right)\left(\frac{3}{2\log_2 3}+\frac{4}{\log_2 3}\right)$$

$$=\underset{①}{\frac{3}{2}}+\underset{②}{4}+\underset{③}{\frac{9}{8}}+\underset{④}{3}=\frac{12+32+9+24}{8}=\frac{77}{8}$$

実は、$\left(1+\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{2}+\frac{4}{1}\right)$です。

2　次の関数のグラフをかけ。

(1) $y=\log_3 x$　　(2) $y=\log_{\frac{1}{2}} x$



3　次の3つの数の大小を不等号を用いて表せ。

$\log_9 64$,　2,　$\log_3 7$

$$\log_9 64=\frac{\log_3 64}{\log_3 9}=\frac{1}{2}\log_3 64=\log_3\sqrt{64}=\log_3 8$$

$$2=\log_3 3^2=\log_3 9$$

$7<8<9$ で底3は1より大きいから

$\log_3 7<\log_3 8<\log_3 9$

よって $\log_3 7<\log_9 64<2$

4　次の方程式・不等式を解け。

(1) $\log_4 x+\log_4 (x-6)=2$

真数は正なので $x>0$ かつ $x-6>0$

すなわち　$x>6$ ……①

方程式より　$\log_4 x(x-6)=\log_4 4^2$

$\therefore x(x-6)=4^2$

$(x-8)(x+2)=0$

$x=8,\ -2$

①より　$x=8$

(2) $\log_3 x+\log_3 (x-2)\geqq 1$

真数は正なので $x>0$ かつ $x-2>0$

すなわち $x>2$ ……①

不等式より　$\log_3 x(x-2)\geqq \log_3 3^1$

底3は1より大きいので

$x(x-2)\geqq 3$

$x^2-2x-3\geqq 0$

$(x-3)(x+1)\geqq 0$

$x\leqq -1,\ 3\leqq x$ …②

①かつ②より　$x\geqq 3$

5 $1 \leqq x \leqq 16$ のとき，関数 $y = (\log_2 x)^2 - \log_2 x^2$ の最大値と最小値を求めよ。

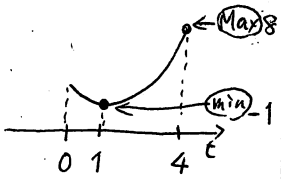
$t = \log_2 x$ とおくと $1 \leqq x \leqq 16$ で底2は1より大きいから $\log_2 1 \leqq \log_2 x \leqq \log_2 16$

$0 \leqq t \leqq 4$ …… ①

また $y = (\log_2 x)^2 - 2\log_2 x$

$= t^2 - 2t$

$= (t-1)^2 - 1$



$t = 4$ のとき $y = 4^2 - 2 \times 4 = 8$

$t = 1$ のとき $y = -1$ (頂点のy座標)

また $t = 4$ すなわち $\log_2 x = 4$ より $x = 2^4 = 16$

$t = 1$ すなわち $\log_2 x = 1$ より $x = 2^1 = 2$

$x = 16$ のとき最大値 8

$x = 2$ のとき最小値 -1 //

公式 $a^{\log_a M} = M$

6 次の値を求めよ。

(1) $4^{\log_4 3}$

(与式) $= 3$ //

(2) $125^{\log_5 \sqrt{2}}$

(与式) $= 5^{3\log_5 \sqrt{2}} = 5^{\log_5 (\sqrt{2})^3} = (\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}$ //

(3) $3^{\log_9 4}$

(与式) $= 3^{\frac{\log_3 4}{\log_3 9}} = 3^{\frac{1}{2}\log_3 4} = 3^{\log_3 \sqrt{4}}$

$= \sqrt{4} = 2$ //

7 $\log_{10} 2 = a$，$\log_{10} 3 = b$ とするとき，次の値を a，b で表せ。

(1) $\log_{10} 24$

(与式) $= \log_{10}(2^3 \times 3) = \log_{10} 2^3 + \log_{10} 3$

$= 3\log_{10} 2 + \log_{10} 3 = 3a + b$ //

(2) $\log_{10} 18000000$

(与式) $= \log_{10}(2 \times 3^2 \times 10^6)$

$= \log_{10} 2 + 2\log_2 3 + \log_{10} 10^6$

$= a + 2b + 6$ //

(3) $\log_{10} \sqrt[4]{6}$

(与式) $= \log_{10} 6^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}\log_{10}(2 \times 3)$

$= \frac{1}{4}(\log_{10} 2 + \log_{10} 3) = \frac{1}{4}(a + b)$ //

(4) $\log_{10} 5$

(与式) $= \log_{10} \frac{10}{2} = \log_{10} 10 - \log_{10} 2$

$= 1 - a$ //

(5) $\log_9 2$

(与式) $= \frac{\log_{10} 2}{\log_{10} 9} = \frac{\log_{10} 2}{2\log_{10} 3} = \frac{a}{2b}$ //

対数　最大最小　桁数

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の方程式・不等式を解け。

(1) $\log_2 x + \log_2 (x+7) = 3$

真数は正だから $x>0$ かつ $x+7>0$

すなわち $x>0$ ……①

方程式より $\log_2 x(x+7) = \log_2 2^3$

$x(x+7) = 2^3$

$x^2+7x-8=0$

$(x+8)(x-1)=0$

$x=-8, 1$

①より $x=1$ //

(2) $\log_{10}(x-3) + \log_{10} x \leqq 1$

真数は正だから $x-3>0$ かつ $x>0$

すなわち $x>3$ ……①

不等式より $\log_{10} x(x-3) \leqq \log_{10} 10^1$

底10は1より大きいので

$x(x-3) \leqq 10^1$

$x^2-3x-10 \leqq 0$

$(x-5)(x+2) \leqq 0$

$-2 \leqq x \leqq 5$ …②

①かつ②より $3<x\leqq 5$ //

2　$1 \leqq x \leqq 32$ のとき，関数 $y=(\log_2 x)^2 - \log_2 x^4 + 3$ の最大値と最小値を求めよ。

$t=\log_2 x$ とおく

$1 \leqq x \leqq 32$ で底2は1より大きいから

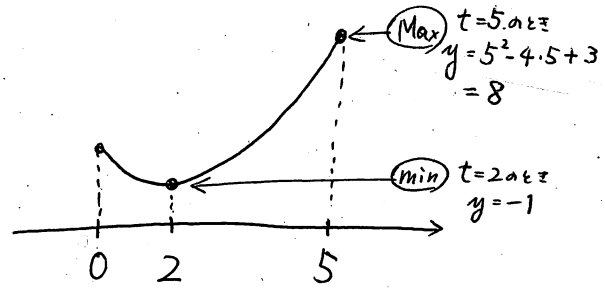
$\log_2 1 \leqq \log_2 x \leqq \log_2 32$

$\therefore\ 0 \leqq t \leqq 5$

また $y=(\log_2 x)^2 - 4\log_2 x + 3$

$=t^2-4t+3$

$=(t-2)^2-1$



$t=5$ のとき $\log_2 x=5$ より $x=2^5=32$

$t=2$ のとき $\log_2 x=2$ より $x=2^2=4$

$x=32$ のとき最大値 8

$x=4$ のとき最小値 -1 //

3 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。次の問いに答えよ。

(1) $\log_{10} 6$ の値を求めよ。

$$\log_{10} 6 = \log_{10} 2 + \log_{10} 3$$
$$= 0.3010 + 0.4771$$
$$= 0.7781$$

(2) $\log_{10} 24000$ の値を求めよ。

$$\log_{10} 24000 = \log_{10}(2^3 \times 3 \times 10^3)$$
$$= 3\log_{10} 2 + \log_{10} 3 + 3\log_{10} 10$$
$$= 3 \times 0.3010 + 0.4771 + 3$$
$$= 4.3801$$

(3) $\log_{10} 5$ の値を求めよ。

$$\log_{10} 5 = \log_{10} \frac{10}{2}$$
$$= \log_{10} 10 - \log_{10} 2$$
$$= 1 - 0.3010$$
$$= 0.6990$$

(4) 6^{20} は何桁の数か。

$$\log_{10} 6^{20} = 20\log_{10} 6$$
$$= 20 \times 0.7781$$
$$= 15.562$$
$$6^{20} = 10^{15.562}$$
$$10^{15} < 10^{15.562} < 10^{16}$$
$$10^{15} < 6^{20} < 10^{16}$$ より 16桁

4 $\left(\frac{1}{5}\right)^{10}$ は小数第何位に初めて 0 でない数が現れるか。ただし，$\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

$$\log_{10} 5 = \log_{10} 10 - \log_{10} 2$$
$$= 1 - 0.3010$$
$$= 0.6990$$

$$\log_{10}\left(\frac{1}{5}\right)^{10} = 10\log_{10}\frac{1}{5}$$
$$= -10\log_{10} 5$$
$$= (-10) \times 0.6990$$
$$= -6.990$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{10} = 10^{-6.990}$$
$$10^{-7} < 10^{-6.990} < 10^{-6}$$
$$10^{-7} < \left(\frac{1}{5}\right)^{10} < 10^{-6}$$ より

小数第7位に初めて0でない数が現われる。

ショートトライアル　指数対数三角 1

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の値を求めよ。

(1) 3^{-2}　　(2) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{64}}$

(3) $\log_3 81$　　(4) $\log_{\frac{1}{8}} \dfrac{1}{32}$

(5) $3^{\log_9 2}$

2　次の方程式・不等式を求めよ。

(1) $\left(\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)^{2-x} \geqq 25$

(2) $\log_2 x + \log_2 (x+7) = 3$

3　3^{40} の桁数を求めよ。
ただし，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

4　$\dfrac{\pi}{2} < \theta < \pi$ で $\sin\theta = \dfrac{2}{3}$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $\cos 2\theta$

(2) $\sin 2\theta$

ショートトライアル　指数対数三角 1

＿＿組＿＿番　氏名 解答例

1　次の値を求めよ。

(1) 3^{-2}

(与式) $= \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$ //

(2) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{64}}$

(与式) $= \sqrt[12]{2^6} = \sqrt{2}$ //

(3) $\log_3 81$

(与式) $= 4$ //

(4) $\log_{\frac{1}{8}} \frac{1}{32}$

(与式) $= \frac{\log_2 \frac{1}{32}}{\log_2 \frac{1}{8}} = \frac{-5}{-3} = \frac{5}{3}$ //

(5) $3^{\log_9 2}$

(与式) $= 3^{\frac{\log_3 2}{\log_3 9}} = 3^{\frac{\log_3 2}{2}} = 3^{\log_3 2^{\frac{1}{2}}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$ //

(別解)

(与式) $= 3^{\log_3 \sqrt{2}} = \sqrt{2}$ //

$\log_a b = \log_{\sqrt{a}} \sqrt{b}$ を使った。

2　次の方程式・不等式を求めよ。

(1) $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{2-x} \geqq 25$

$\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{2-x} = \left(\frac{1}{5^{\frac{1}{2}}}\right)^{2-x} = \left(5^{-\frac{1}{2}}\right)^{2-x} = 5^{\frac{1}{2}x-1}$

$5^{\frac{1}{2}x-1} \geqq 5^2$

底5は1より大きいから

$\frac{1}{2}x - 1 \geqq 2$

$\frac{1}{2}x \geqq 3$

$x \geqq 6$ //

(2) $\log_2 x + \log_2 (x+7) = 3$

真数は正だから $x > 0$ かつ $x+7 > 0$

すなわち $x > 0$ ……①

方程式より $\log_2 x(x+7) = \log_2 2^3$

$x(x+7) = 2^3$

$(x+8)(x-1) = 0$

$x = -8, 1$

①より $x = 1$ //

3　3^{40} の桁数を求めよ。
ただし，$\log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

$\log_{10} 3^{40} = 40 \log_{10} 3$

$= 40 \times 0.4771$

$= 19.084$

$\Leftrightarrow 3^{40} = 10^{19.084}$

$10^{19} < 10^{19.084} < 10^{20}$ より

$10^{19} < 3^{40} < 10^{20}$ だから 20桁 //

4　$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ で $\sin\theta = \frac{2}{3}$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $\cos 2\theta$

$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta$

$= 1 - 2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2$

$= 1 - \frac{8}{9}$

$= \frac{1}{9}$ //

(2) $\sin 2\theta$

$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ より $\cos\theta < 0$ だから

$\cos\theta = -\sqrt{1 - \sin^2\theta} = -\sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2}$

$= -\frac{\sqrt{5}}{3}$

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

$= 2 \times \frac{2}{3} \times \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$

$= -\frac{4\sqrt{5}}{9}$ //

ショートトライアル　指数対数三角２

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の値を求めよ。

(1) 4^0　　(2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$

(3) $\log_5 \sqrt{5}$　　(4) $\log_{27} 9$

(5) $125^{\log_5 \sqrt{2}}$

2　次の計算をせよ。

(1) $\sqrt[4]{5} \times \sqrt[8]{5^3} \div \sqrt{5}$

(2) $\log_3 \sqrt[3]{6} - \frac{1}{3}\log_3 2$

3　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，関数

$y = \sqrt{2}(\sin\theta + \cos\theta) - \frac{1}{2}\sin 2\theta - 1$

の最大値と最小値を求めよ。

また，そのときの θ の値を求めよ。

ショートトライアル　指数対数三角２

＿＿組＿＿番　氏名　解答例

1　次の値を求めよ。

(1) 4^0

(与式) $= 1$ //

(2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$

(与式) $= 3^2 = 9$ //

(3) $\log_5 \sqrt{5}$

(与式) $= \log_5 5^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$ //

(4) $\log_{27} 9$

(与式) $= \frac{\log_3 9}{\log_3 27} = \frac{2}{3}$ //

(5) $125^{\log_5 \sqrt{2}}$

(与式) $= (5^3)^{\log_5 \sqrt{2}} = 5^{3\log_5(\sqrt{2})} = 5^{\log_5(\sqrt{2})^3}$

$= (\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2}$ //

2　次の計算をせよ。

(1) $\sqrt[4]{5} \times \sqrt[8]{5^3} \div \sqrt{5}$

(与式) $= 5^{\frac{1}{4}} \times 5^{\frac{3}{8}} \div 5^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{1}{4}+\frac{3}{8}-\frac{1}{2}}$

$= 5^{\frac{2+3-4}{8}} = 5^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{5}$ //

(2) $\log_3 \sqrt[3]{6} - \frac{1}{3}\log_3 2$

(与式) $= \log_3 \sqrt[3]{6} - \log_2 2^{\frac{1}{3}}$

$= \log_3 \sqrt[3]{6} - \log_2 \sqrt[3]{2}$

$= \log_3 \frac{\sqrt[3]{6}}{\sqrt[3]{2}} = \log_3 \sqrt[3]{3}$

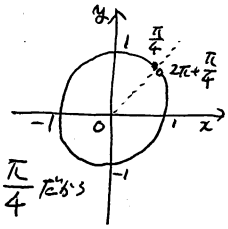
$= \log_3 3^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$ //

3　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，関数

$$y = \sqrt{2}(\sin\theta + \cos\theta) - \frac{1}{2}\sin 2\theta - 1$$

の最大値と最小値を求めよ。

また，そのときの θ の値を求めよ。



$t = \sin\theta + \cos\theta$ とおくと

$t = \sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ より $\theta + \frac{\pi}{4} \leqq \theta + \frac{\pi}{4} < 2\pi + \frac{\pi}{4}$ だから

$-1 \leqq \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \leqq 1$

$-\sqrt{2} \leqq \sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \leqq \sqrt{2}$　$\therefore -\sqrt{2} \leqq t \leqq \sqrt{2}$

$t = \sin\theta + \cos\theta$ の両辺を2乗して

$t^2 = (\sin\theta + \cos\theta)^2$

$t^2 = \sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta$

$t^2 = 1 + 2\sin\theta\cos\theta$ だから　$\sin\theta\cos\theta = \frac{t^2-1}{2}$

これより

$y = \sqrt{2}(\sin\theta + \cos\theta) - \frac{1}{2} \times 2\sin\theta\cos\theta - 1$

$= \sqrt{2}(\sin\theta + \cos\theta) - \sin\theta\cos\theta - 1$

$= \sqrt{2}t - \frac{t^2-1}{2} - 1$

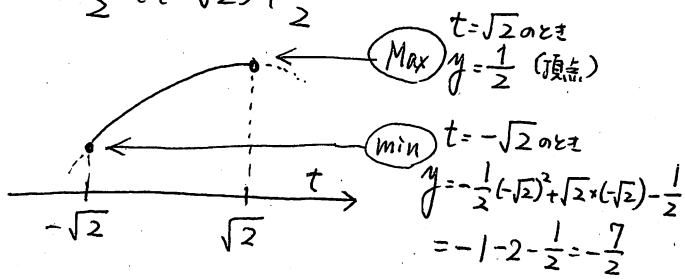
$= \sqrt{2}t - \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2} - 1$

$= -\frac{1}{2}t^2 + \sqrt{2}t - \frac{1}{2}$

$= -\frac{1}{2}(t^2 - 2\sqrt{2}t) - \frac{1}{2}$

$= -\frac{1}{2}\{(t-\sqrt{2})^2 - 2\} - \frac{1}{2}$

$= -\frac{1}{2}(t-\sqrt{2})^2 + \frac{1}{2}$



$t = \sqrt{2}$ のとき

$y = \frac{1}{2}$ (頂点)

$t = -\sqrt{2}$ のとき

$y = -\frac{1}{2}(-\sqrt{2})^2 + \sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) - \frac{1}{2}$

$= -1 - 2 - \frac{1}{2} = -\frac{7}{2}$

$t = \sqrt{2}$ のとき $\sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 1$

$\therefore \theta + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$　$\therefore \theta = \frac{\pi}{4}$

$t = -\sqrt{2}$ のとき $\sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} \Leftrightarrow \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = -1$

$\theta + \frac{\pi}{4} = \frac{3}{2}\pi$　$\therefore \theta = \frac{5}{4}\pi$

以上より

$\theta = \frac{\pi}{4}$ のとき最大値 $\frac{1}{2}$，$\theta = \frac{5}{4}\pi$ のとき最小値 $-\frac{7}{2}$ //

ショートトライアル　指数対数三角 3

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の値を求めよ。

(1) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-3}$

(2) $\log_{\sqrt{2}} 4$

(3) $49^{\log_7 3}$

2　次の方程式・不等式を解け。

(1) $(\sqrt[3]{16})^x = \sqrt{2}$

(2) $2\log_{0.5}(3-x) \geqq \log_{0.5} 4x$

(3) $(\log_3 x)^2 - \log_9 x^2 - 2 \leqq 0$

3　次の関数の最大値，最小値を求めよ。
また，そのときの θ の値を求めよ。

$y = \sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + 3\cos^2\theta \quad (0 \leqq \theta \leqq \pi)$

ショートトライアル　指数対数三角 3

＿＿組＿＿番　氏名 解答例

1　次の値を求めよ。

(1) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

(与式) $= \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$ //

(2) $\log_{\sqrt{2}} 4$

(与式) $= \log_{\sqrt{2}} (\sqrt{2})^4 = 4$ //

別解1

(与式) $= \frac{\log_2 2}{\log_2 \sqrt{2}} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$ //

別解2

(与式) $= \log_{(\sqrt{2})^2} 4^2 = \log_2 16 = 4$ //

(3) $49^{\log_7 3}$

(与式) $= 7^{2\log_7 3} = 7^{\log_7 3^2}$

$= 3^2 = 9$ //

2　次の方程式・不等式を解け。

(1) $(\sqrt[3]{16})^x = \sqrt{2}$

$\left(\sqrt[3]{16}\right)^x = \left(\sqrt[3]{2^4}\right)^x = \left(2^{\frac{4}{3}}\right)^x$

$= 2^{\frac{4}{3}x}$

$\sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}$

$2^{\frac{4}{3}x} = 2^{\frac{1}{2}}$

$\frac{4}{3}x = \frac{1}{2}$

$x = \frac{3}{8}$ //

(2) $2\log_{0.5}(3-x) \geqq \log_{0.5} 4x$

真数は正だから　$3-x>0$ かつ $4x>0$

すなわち $0<x<3$ ……①

不等式より $\log_{0.5}(3-x)^2 \geqq \log_{0.5} 4x$

底 0.5 は 1 より小さいから

$(3-x)^2 \leqq 4x$

$x^2-10x+9 \leqq 0$

$(x-1)(x-9) \leqq 0$

$1 \leqq x \leqq 9$ ……②

①かつ②より　$1 \leqq x < 3$ //

(3) $(\log_3 x)^2 - \log_9 x^2 - 2 \leqq 0$

真数は正だから $x>0$ かつ $x^2>0$

すなわち $x>0$ ……①

ここで $\log_9 x^2 = \frac{\log_3 x^2}{\log_3 9} = \frac{2\log_3 x}{2} = \log_3 x$

$\log_3 x = t$ とおくと

$t^2-t-2 \leqq 0$

$(t-2)(t+1) \leqq 0$

$-1 \leqq t \leqq 2$

$-1 \leqq \log_3 x \leqq 2$

$\log_3 3^{-1} \leqq \log_3 x \leqq \log_3 3^2$

底 3 は 1 より大きいので

$3^{-1} \leqq x \leqq 3^2$　∴ $\frac{1}{3} \leqq x \leqq 9$ //

3　次の関数の最大値，最小値を求めよ。

また，そのときの θ の値を求めよ。

$y = \sin^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta + 3\cos^2\theta \quad (0 \leqq \theta \leqq \pi)$

$y = \frac{1}{2}(1-\cos 2\theta) + 2\times\frac{1}{2}\sin 2\theta + 3\times\frac{1}{2}(1+\cos 2\theta)$

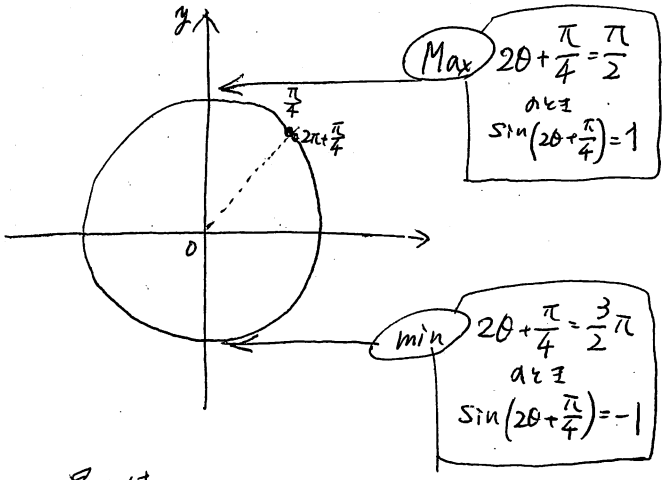
$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\theta + \sin 2\theta + \frac{3}{2} + \frac{3}{2}\cos 2\theta$

$= \sin 2\theta + \cos 2\theta + 2$.

$= \sqrt{2}\sin\left(2\theta + \frac{\pi}{4}\right) + 2$ ……①

$0 \leqq \theta \leqq \pi$ より　$0 \leqq 2\theta \leqq 2\pi$

$0 + \frac{\pi}{4} \leqq 2\theta + \frac{\pi}{4} \leqq 2\pi + \frac{\pi}{4}$



最大値について

$2\theta + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ を解くと $\theta = \frac{\pi}{8}$

このとき $\sin\left(2\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 1$ だから①に代入して

$y = \sqrt{2}\times 1 + 2 = 2 + \sqrt{2}$

最小値について

$2\theta + \frac{\pi}{4} = \frac{3}{2}\pi$ を解くと $\theta = \frac{5}{8}\pi$

このとき $\sin\left(2\theta + \frac{\pi}{4}\right) = -1$ だから①に代入して

$y = \sqrt{2}\times(-1) + 2 = 2 - \sqrt{2}$.

以上より

$\theta = \frac{\pi}{8}$ のとき最大値 $2+\sqrt{2}$.

$\theta = \frac{5}{8}\pi$ のとき最小値 $2-\sqrt{2}$ //

ショートトライアル　指数対数三角 4

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の式を計算せよ。

(1) $\log_5 4 - \log_5 100$

(2) $(\log_2 3 + \log_8 27)(\log_3 16 - \log_9 32)$

2　次の方程式・不等式を解け。

(1) $(\sqrt{2})^x = \dfrac{1}{4}$

(2) $\log_2 (x-1) < 3$

3　次の 3 つの数の大小を比べよ。

$3\log_3 2$，$\log_9 60$，$\log_3 10$

4　$0 \leqq x \leqq \pi$ のとき，関数 $y = \sin x - \cos x$ の最大値と最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

ショートトライアル　指数対数三角４

＿＿組＿＿番　氏名　解答例

1　次の式を計算せよ。

(1) $\log_5 4 - \log_5 100$

$(与式) = \log_5 \frac{4}{100} = \log_5 \frac{1}{25} = \log_5 5^{-2} = -2$ //

(2) $(\log_2 3 + \log_8 27)(\log_3 16 - \log_9 32)$

$(与式) = \left(\log_2 3 + \frac{\log_2 27}{\log_2 8}\right)\left(\frac{\log_2 16}{\log_2 3} - \frac{\log_2 32}{\log_2 9}\right)$

$= \left(\log_2 3 + \frac{\log_2 3^3}{3}\right)\left(\frac{4}{\log_2 3} - \frac{5}{\log_2 3^2}\right)$

$= \left(\log_2 3 + \frac{3\log_2 3}{3}\right)\left(\frac{4}{\log_2 3} - \frac{5}{2\log_2 3}\right)$

$= (\log_2 3 + \log_2 3)\left(\frac{4}{\log_2 3} - \frac{5}{2\log_2 3}\right)$

$= 2\log_2 3\left(\frac{4}{\log_2 3} - \frac{5}{2\log_2 3}\right)$

$(1+1)\left(\frac{4}{1} - \frac{5}{2}\right)$

$= 8 - 5 = 3$ //

2　次の方程式・不等式を解け。

(1) $(\sqrt{2})^x = \frac{1}{4}$

$2^{\frac{1}{2}x} = 2^{-2}$

$\frac{1}{2}x = -2$

$x = -4$ //

(2) $\log_2 (x-1) < 3$

真数は正なので $x-1>0$ すなわち $x>1$ …①

不等式より $\log_2(x-1) < \log_2 2^3$

底2は1より大きいので

$x-1 < 2^3$

$x < 9$ …②

①かつ②より $1 < x < 9$ //

3　次の３つの数の大小を比べよ。

$3\log_3 2,\ \log_9 60,\ \log_3 10$

$3\log_3 2 = \log_3 2^3 = \log_3 8$

$\log_9 60 = \frac{\log_3 60}{\log_3 9} = \frac{\log_3 60}{2} = \log_3 \sqrt{60}$

$60 < 64 < 100$ より $\sqrt{60} < \sqrt{64} < \sqrt{100}$

$\therefore \sqrt{60} < 8 < 10$

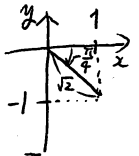
底3は1より大きいので

$\log_3 \sqrt{60} < \log_3 8 < \log_3 10$

よって $\log_9 60 < 3\log_3 2 < \log_3 10$ //

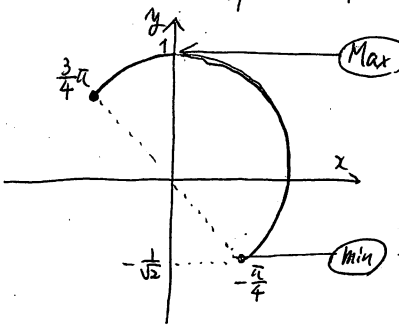
4　$0 \leqq x \leqq \pi$ のとき，関数 $y = \sin x - \cos x$ の最大値と最小値を求めよ。また，そのときの x の値を求めよ。

$y = \sqrt{2}\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$



$0 \leqq x \leqq \pi$ より $0 - \frac{\pi}{4} \leqq x - \frac{\pi}{4} \leqq \pi - \frac{\pi}{4}$

$-\frac{\pi}{4} \leqq x - \frac{\pi}{4} \leqq \frac{3}{4}\pi$



Max　$x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ のとき

$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$

よって $y = \sqrt{2} \times 1 = \sqrt{2}$

Min　$x - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4}$ のとき

$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

よって $y = \sqrt{2} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -1$

また

$x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ をとくと $x = \frac{3}{4}\pi$

$x - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4}$ をとくと $x = 0$

以上より

$x = \frac{3}{4}\pi$ のとき最大値 $\sqrt{2}$，$x = 0$ のとき最小値 -1 //

ショートトライアル　指数対数三角 5

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の値を求めよ。

(1) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-3}$　　(2) $\log_3 \dfrac{1}{81}$

(3) $\sqrt[6]{\sqrt[3]{16}}$　　(4) $\log_8 \sqrt{2}$

(5) $3^{\log_{\frac{1}{3}} 5}$

2　次の方程式・不等式を解け。

(1) $4^x - 2^{x+2} + 3 = 0$

(2) $\log_2 (1-x) + 2\log_4 (3-x) < 1 + \log_2 3$

3　$\pi < \theta < \dfrac{3}{2}\pi$ で $\cos\theta = -\dfrac{2}{3}$ とする。
$\cos\dfrac{\theta}{2}$ の値を求めよ。

4　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式・不等式を解け。

(1) $\sin 2\theta = \sin\theta$

(2) $\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta = \sqrt{2}$

ショートトライアル　指数対数三角 5

＿＿組＿＿番　氏名　解答例

1　次の値を求めよ。

(1) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$

(与式) $= \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$ //

(2) $\log_3 \frac{1}{81}$

(与式) $= \log_3 3^{-4} = -4$ //

(3) $\sqrt[6]{\sqrt[3]{16}}$

(与式) $= \sqrt[18]{2^4} = \sqrt[9]{2^2} = \sqrt[9]{4}$ //

(4) $\log_8 \sqrt{2}$

(与式) $= \frac{\log_2 \sqrt{2}}{\log_2 8}$

$= \frac{\frac{1}{2}}{3} = \frac{1}{6}$ //

(5) $3^{\log_{\frac{1}{3}} 5}$

(与式) $= 3^{\frac{\log_3 5}{\log_3 \frac{1}{3}}} = 3^{-\log_3 5}$

$= 3^{\log_3 5^{-1}} = 5^{-1} = \frac{1}{5}$ //

2　次の方程式・不等式を解け。

(1) $4^x - 2^{x+2} + 3 = 0$

$2^x = t$ とおくと $t > 0$

$t^2 - 4t + 3 = 0$

$(t-1)(t-3) = 0$

$t > 0$ より　$t = 1, 3$

$2^x = 1, 3$

$\therefore x = 0, \log_2 3$ //

$2^{x+2} = 2^x \times 2^2 = t \times 4$
$= 4t$

$2^x = 1$ より $2^x = 2^0$
$\therefore x = 0$
$2^x = 3$ より
$x = \log_2 3$

$\boxed{a^p = M \Leftrightarrow p = \log_a M}$

(2) $\log_2(1-x) + 2\log_4(3-x) < 1 + \log_2 3$

真数は正だから $1-x>0$ かつ $3-x>0$

すなわち　$x < 1$ ……①

不等式より $\log_2(1-x) + \frac{2\log_2(3-x)}{\log_2 4} < \log_2 2 + \log_2 3$

$\log_2(1-x) + \log_2(3-x) < \log_2 6$

$\log_2(1-x)(3-x) < \log_2 6$

底2は1より大きいから

$(1-x)(3-x) < 6$

$x^2 - 4x - 3 < 0$

$2-\sqrt{7} < x < 2+\sqrt{7}$ ……②

①かつ②より　$2-\sqrt{7} < x < 1$ //

3　$\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ で $\cos\theta = -\frac{2}{3}$ とする。

$\cos\frac{\theta}{2}$ の値を求めよ。

$2\cos^2\alpha - 1 = \cos 2\alpha$ より

$2\cos^2\alpha = 1 + \cos 2\alpha$

$\cos^2\alpha = \frac{1}{2}(1+\cos 2\alpha)$

$\alpha = \frac{\theta}{2}$ を代入すると

$\cos^2\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1+\cos\theta)$

半角の公式は覚えないなら2倍角の公式からいつでも導けるようにしておくこと!!

$\cos^2\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}\left\{1 + \left(-\frac{2}{3}\right)\right\} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ より $\frac{\pi}{2} < \frac{\theta}{2} < \frac{3}{4}\pi$ だから

$\cos\frac{\theta}{2} < 0$ なので $\cos\frac{\theta}{2} = -\sqrt{\frac{1}{6}} = -\frac{1}{\sqrt{6}} = -\frac{\sqrt{6}}{6}$ //

どちらでもOK

4　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，次の方程式・不等式を解け。

(1) $\sin 2\theta = \sin\theta$

$\sin 2\theta - \sin\theta = 0$

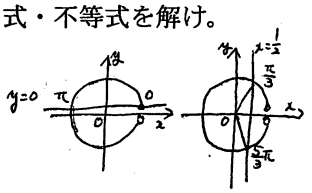
$2\sin\theta\cos\theta - \sin\theta = 0$

$\sin\theta(2\cos\theta - 1) = 0$

$\therefore \sin\theta = 0$ または $\cos\theta = \frac{1}{2}$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ より

$\theta = 0, \pi, \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi$ //



(2) $\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta = \sqrt{2}$

↓合成

$2\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{2}$

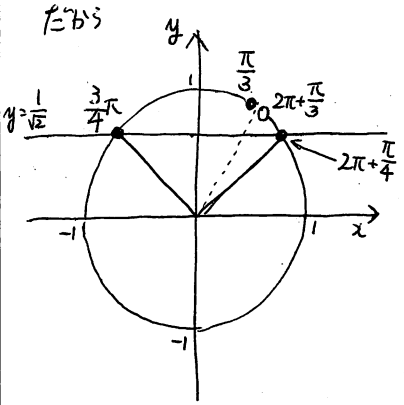
$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\left(\theta + \frac{\pi}{3} = t\right.$ とおきかえて解いてもよい$\left.\right)$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ より $0 + \frac{\pi}{3} \leqq \theta + \frac{\pi}{3} < 2\pi + \frac{\pi}{3}$

だから



図より

$\theta + \frac{\pi}{3} = \frac{3}{4}\pi, 2\pi + \frac{\pi}{4}$

$\therefore \theta = \frac{5}{12}\pi, \frac{23}{12}\pi$ //

ショートトライアル　指数関数・三角関数

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の値を求めよ。

(1) 3^0

(2) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$

(3) 2^{-5}

(4) $\sqrt[3]{27}$

(5) $\sqrt[3]{\sqrt{8}}$

(6) $\sqrt[12]{16}$

(7) $\left(\frac{27}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}$

2　次の式を計算せよ。

(1) $2^{-3} \div 2^4 \times 2^8$

(2) $\sqrt[3]{9} \times \sqrt[6]{9} \div \sqrt[4]{27}$

(3) $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16}$

3　sin と cos の半角の公式をかけ。

4　半角の公式を用いて，$\sin\frac{\pi}{8}$ の値を求めよ。

ショートトライアル　指数関数・三角関数

＿＿組＿＿番　氏名　解答例

1　次の値を求めよ。

(1) $3^0 = \underline{1}$ //

(2) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = \underline{4}$ //

(3) $2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \underline{\frac{1}{32}}$ //

(4) $\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = \underline{3}$ //

(5) $\sqrt[3]{\sqrt{8}}$

(与式) $= \sqrt[3\times 2]{2^3} = \sqrt[6]{2^3}$

$= \underline{\sqrt{2}}$ //

(6) $\sqrt[12]{16}$

(与式) $= \sqrt[12]{2^4} = \underline{\sqrt[3]{2}}$ //

(7) $\left(\frac{27}{8}\right)^{-\frac{2}{3}}$

(与式) $= \left\{\left(\frac{3}{2}\right)^3\right\}^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \underline{\frac{4}{9}}$ //

point $\boxed{\left(\frac{b}{a}\right)^{-1} = \frac{a}{b}}$

2　次の式を計算せよ。

(1) $2^{-3} \div 2^4 \times 2^8$

(与式) $= 2^{-3-4+8} = 2^1 = \underline{2}$ //

(2) $\sqrt[3]{9} \times \sqrt[6]{9} \div \sqrt[4]{27}$

(与式) $= \sqrt[3]{3^2} \times \sqrt[6]{3^2} \div \sqrt[4]{3^3} = 3^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{2}{6}} \div 3^{\frac{3}{4}}$

$= 3^{\frac{2}{3}+\frac{2}{6}-\frac{3}{4}} = 3^{\frac{8+4-9}{12}} = 3^{\frac{3}{12}}$

$= 3^{\frac{1}{4}} = \underline{\sqrt[4]{3}}$ //

(3) $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{54} - \sqrt[3]{16}$

(与式) $= \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3^3 \times 2} - \sqrt[3]{2^3 \times 2}$

$= \sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{2}$

$= \underline{2\sqrt[3]{2}}$ //

考え方

$\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$

と同じように

$\sqrt[3]{54} = \sqrt[3]{3^3 \times 2}$

$= \sqrt[3]{3^3} \times \sqrt[3]{2}$

$= 3\sqrt[3]{2}$

3　sin と cos の半角の公式をかけ。

sin　$1 - 2\sin^2\alpha = \cos 2\alpha$ より

$-2\sin^2\alpha = -1 + \cos 2\alpha$

$\sin^2\alpha = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\alpha)$

$\alpha = \frac{\theta}{2}$ を代入して $\sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos\theta)$

cos　$2\cos^2\alpha - 1 = \cos 2\alpha$ より

$2\cos^2\alpha = 1 + \cos 2\alpha$

$\cos^2\alpha = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\alpha)$

$\alpha = \frac{\theta}{2}$ を代入して $\cos^2\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 + \cos\theta)$

以上より

$\sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos\theta)$, $\cos^2\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 + \cos\theta)$ //

4　半角の公式を用いて，$\sin\frac{\pi}{8}$ の値を求めよ。

半角の公式より

$\sin^2\frac{\pi}{8} = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\frac{\pi}{4}\right)$

$= \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$= \frac{1}{2} \times \frac{2-\sqrt{2}}{2}$

$= \frac{2-\sqrt{2}}{4}$

$0 < \frac{\pi}{8} < \frac{\pi}{2}$ より $\cos\frac{\pi}{8} > 0$ だから

$\sin\frac{\pi}{8} = +\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{4}} = \underline{\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}}$ //

ショートトライアル　指数関数・三角関数２

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の値を求めよ。

(1) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}$　　(2) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{12}}$

(3) $\sqrt[8]{16}$　　(4) $27^{\frac{4}{3}}$

2　次の式を計算せよ。

(1) $\sqrt[3]{4} \div \sqrt[12]{4} \times \sqrt[4]{4}$

(2) $\sqrt[4]{48} - \sqrt[4]{3}$

3　次の方程式・不等式を解け。

(1) $27^x \cdot 9 = \sqrt[4]{3}$

(2) $16^{2x} > \frac{1}{8}$

4　等式 $\sin 3\theta = -4\sin^3\theta + 3\sin\theta$ を証明せよ。

5　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，関数 $y = \frac{1}{2}\cos 2\theta + 2\sin\theta + \frac{1}{2}$ の最小値と，そのときの θ の値を求めよ。

ショートトライアル　指数関数・三角関数２

＿＿組＿＿番　氏名　解答例

1　次の値を求めよ。

(1) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^{2} = \frac{9}{16}$　(2) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{12}} = \sqrt[12]{12}$

(3) $\sqrt[8]{16} = \sqrt[8]{2^4} = \sqrt{2}$　(4) $27^{\frac{4}{3}} = (3^3)^{\frac{4}{3}} = 3^4$
$= 81$

2　次の式を計算せよ。

(1) $\sqrt[3]{4} \div \sqrt[12]{4} \times \sqrt[4]{4}$

(与式) $= 4^{\frac{1}{3}} \div 4^{\frac{1}{12}} \times 4^{\frac{1}{4}} = 4^{\frac{1}{3}-\frac{1}{12}+\frac{1}{4}}$
$= 4^{\frac{4-1+3}{12}} = 4^{\frac{6}{12}} = 4^{\frac{1}{2}} = (2^2)^{\frac{1}{2}} = 2$

(2) $\sqrt[4]{48} - \sqrt[4]{3}$

(与式) $= \sqrt[4]{2^4 \times 3} - \sqrt[4]{3} = 2\sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{3}$
$= \sqrt[4]{3}$

3　次の方程式・不等式を解け。

(1) $27^x \cdot 9 = \sqrt[4]{3}$

$3^{3x+2} = 3^{\frac{1}{4}}$ より
$3x+2 = \frac{1}{4}$
$\therefore x = -\frac{7}{12}$

$27^x \cdot 9 = (3^3)^x \times 3^2$
$= 3^{3x} \times 3^2$
$= 3^{3x+2}$
$\sqrt[4]{3} = 3^{\frac{1}{4}}$

(2) $16^{2x} > \frac{1}{8}$

$2^{8x} > 2^{-3}$
底2は1より大きいから
$8x > -3$
$\therefore x > -\frac{3}{8}$

$16^{2x} = (2^4)^{2x}$
$= 2^{8x}$
$\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}$

4　等式 $\sin 3\theta = -4\sin^3\theta + 3\sin\theta$ を証明せよ。

(proof)

(左辺) $= \sin(2\theta + \theta)$
$= \sin 2\theta \cos\theta + \cos 2\theta \sin\theta$
$= 2\sin\theta\cos\theta\cos\theta + (1 - 2\sin^2\theta)\sin\theta$
$= 2\sin\theta\cos^2\theta + \sin\theta - 2\sin^3\theta$
$= 2\sin\theta(1 - \sin^2\theta) + \sin\theta - 2\sin^3\theta$
$= 2\sin\theta - 2\sin^3\theta + \sin\theta - 2\sin^3\theta$
$= -4\sin^3\theta + 3\sin\theta$
$=$ (右辺)

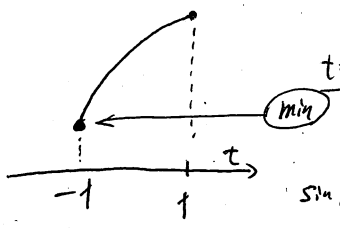
よって $\sin 3\theta = -4\sin^3\theta + 3\sin\theta$
が示された。

5　$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，関数 $y = \frac{1}{2}\cos 2\theta + 2\sin\theta + \frac{1}{2}$ の最小値と，そのときの θ の値を求めよ。

$y = \frac{1}{2}(1 - 2\sin^2\theta) + 2\sin\theta + \frac{1}{2}$
$= \frac{1}{2} - \sin^2\theta + 2\sin\theta + \frac{1}{2}$
$= -\sin^2\theta + 2\sin\theta + 1$

$\sin\theta = t$ とおくと $y = -t^2 + 2t + 1$
$= -(t^2 - 2t) + 1$
$= -\{(t-1)^2 - 1\} + 1$
$= -(t-1)^2 + 2$

$0 \leqq \theta < 2\pi$ より
$-1 \leqq \sin\theta \leqq 1$ だから $-1 \leqq t \leqq 1$



$t = -1$ のとき $y = -(-1)^2 + 2(-1) + 1$
$= -2$

$\sin\theta = -1$ のとき $\theta = \frac{3}{2}\pi$

以上より

$\theta = \frac{3}{2}\pi$ のとき最小値 -2

ショートトライアル　指数関数・三角関数３

＿＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1　次の値を求めよ。

(1) 4^{-2}　　(2) $\sqrt[12]{8}$

(3) $81^{\frac{3}{4}}$　　(4) $\left(\frac{5}{6}\right)^{-2}$

2　次の式を計算せよ。

(1) $\sqrt{4} \times \sqrt[3]{4} \times \sqrt[6]{4}$

(2) $\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{54}$

3　次の方程式・不等式を解け。

(1) $32^x > 16$

(2) $(\sqrt{5})^x = \frac{1}{25}$

4　$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ のとき，$\sin\theta = \frac{1}{4}$ とする。
次の値を求めなさい。

(1) $\sin 2\theta$

(2) $\cos\frac{\theta}{2}$

5　関数 $y = 2\sin x - 2\cos x$ の最大値と最小値を求めよ。

ショートトライアル　指数関数・三角関数３

＿＿組＿＿番　氏名　解答例

1　次の値を求めよ。

(1) $4^{-2}=\frac{1}{4^2}=\frac{1}{16}$

(2) $\sqrt[12]{8}=\sqrt[12]{2^3}=4\sqrt{2}$ //

(3) $81^{\frac{3}{4}}=(3^4)^{\frac{3}{4}}$
$=3^3=27$ //

(4) $\left(\frac{5}{6}\right)^{-2}=\left(\frac{6}{5}\right)^2=\frac{36}{25}$ //

2　次の式を計算せよ。

(1) $\sqrt{4}\times\sqrt[3]{4}\times\sqrt[6]{4}$

(与式) $=4^{\frac{1}{2}}\times4^{\frac{1}{3}}\times4^{\frac{1}{6}}=4^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}}$
$=4^{\frac{6}{6}}=4^1=4$ //

(2) $\sqrt[3]{16}-\sqrt[3]{54}$

(与式) $=\sqrt[3]{2^3\times2}-\sqrt[3]{3^3\times2}$
$=2\sqrt[3]{2}-3\sqrt[3]{2}$
$=-\sqrt[3]{2}$ //

3　次の方程式・不等式を解け。

(1) $32^x>16$

$2^{5x}>2^4$

底2は1より大きいから

$5x>4$

$\therefore x>\frac{4}{5}$ //

(2) $(\sqrt{5})^x=\frac{1}{25}$

$\sqrt{5}=5^{\frac{1}{2}}$

$5^{\frac{1}{2}x}=5^{-2}$

$\frac{1}{2}x=-2$

$x=-4$ //

4　$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ のとき，$\sin\theta=\frac{1}{4}$ とする。
次の値を求めなさい。

(1) $\sin2\theta$

$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ より $\cos\theta<0$ だから

$\cos\theta=-\sqrt{1-\sin^2\theta}=-\sqrt{1-\left(\frac{1}{4}\right)^2}$
$=-\frac{\sqrt{15}}{4}$

$\sin2\theta=2\sin\theta\cos\theta$
$=2\times\frac{1}{4}\times\left(-\frac{\sqrt{15}}{4}\right)$
$=-\frac{\sqrt{15}}{8}$ //

(2) $\cos\frac{\theta}{2}$

$2\cos^2\alpha-1=\cos2\alpha$ より
$2\cos^2\alpha=1+\cos2\alpha$
$\cos^2\alpha=\frac{1}{2}(1+\cos2\alpha)$
$\alpha=\frac{\theta}{2}$ 代入して
$\cos^2\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}(1+\cos\theta)$

$\cos^2\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}(1+\cos\theta)=\frac{1}{2}\left\{1+\left(-\frac{\sqrt{15}}{4}\right)\right\}=\frac{4-\sqrt{15}}{8}$

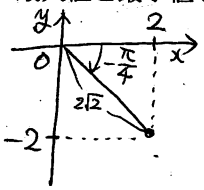
$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ より $\frac{\pi}{4}<\frac{\theta}{2}<\frac{\pi}{2}$ だから $\cos\frac{\theta}{2}>0$

よって $\cos\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{4-\sqrt{15}}{8}}=\frac{\sqrt{4-\sqrt{15}}}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}\sqrt{4-\sqrt{15}}}{4}$
$=\frac{\sqrt{8-2\sqrt{15}}}{4}=\frac{\sqrt{5+3-2\sqrt{5\times3}}}{4}=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{4}$ //

5　関数 $y=2\sin x-2\cos x$ の最大値と最小値を求めよ。

合成する

$y=2\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$



$-1\leqq\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\leqq1$ なので $2\sqrt{2}$ 倍して

$-2\sqrt{2}\leqq2\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\leqq2\sqrt{2}$

$\therefore -2\sqrt{2}\leqq y\leqq2\sqrt{2}$

よって 最大値 $2\sqrt{2}$，最小値 $-2\sqrt{2}$ //