

「群数列」攻略冊子

まずは数えるところから

□1 数列 $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{1}{5}, \dots$ について、次の問いに答えよ。

(1) $\frac{1}{10}$ は第何項か。

(2) $\frac{1}{25}$ は第何項か。

(3) $\frac{16}{25}$ は第何項か。

(4) 第 100 項を求めよ。

【解答】(1) 第 46 項 (2) 第 301 項 (3) 第 316 項 (4) $\frac{9}{14}$

□2 数列 $\frac{1^2}{1}, \frac{1^2}{2}, \frac{2^2}{2}, \frac{1^2}{3}, \frac{2^2}{3}, \frac{3^2}{3}, \frac{1^2}{4}, \frac{2^2}{4}, \frac{3^2}{4}, \frac{4^2}{4}, \frac{1^2}{5}, \dots$ について、次の問いに答えよ。

(1) 分母が 15 以下の項は全部で何個あるか。

(2) 第 70 項を求めよ。

【解答】(1) 120 個 (2) $\frac{4^2}{12}$

とにかく数える

- 3 一般項 a_n が $a_n = 3n - 1$ で表される数列を、次のような群に分ける。ただし、第 n 群には n 個の数が入るものとする。

2 | 5, 8 | 11, 14, 17 | 20, 23, 26, 29 | 32, ...

第 1 群

第 2 群

第 3 群

第 4 群

このとき、101 は第何群の何番目の数か。

【解答】第 8 群の 6 番目

- 4 正の偶数の列を、次のような群に分ける。ただし、第 n 群には $2n - 1$ 個の数が入るものとする。

2 | 4, 6, 8 | 10, 12, 14, 16, 18 | 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32 | 34, ...

第 1 群

第 2 群

第 3 群

第 4 群

このとき、1000 は第何群の何番目の数か。

【解答】第 23 群の 16 番目

5 正の奇数を次のような群に分ける。ただし、第 n 群には n 個の数が入るものとする。

$1 \mid 3, 5 \mid 7, 9, 11 \mid 13, 15, 17, 19 \mid 21, \dots$
第 1 群 第 2 群 第 3 群 第 4 群

(1) 第 n 群の最初のを n の式で表せ。

【解答】 $n^2 - n + 1$

(2) 第 n 群の最後のを n の式で表せ。

【解答】 $n^2 + n - 1$

(3) 第 n 群に入るすべての数の和を求めよ。

【解答】 n^3

- 6 正の偶数の列を，次のような群に分ける。ただし，第 n 群には $2n - 1$ 個の数が入るものとする。
- 2 | 4, 6, 8 | 10, 12, 14, 16, 18 | 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32 | 34, ...
- (1) 第 n 群の最初の数と最後の数を n の式で表せ。

【解答】最初の数 $2n^2 - 4n + 4$ ，最後の数 $2n^2$

- (2) 第 n 群に入るすべての数の和を求めよ。

【解答】 $2(2n - 1)(n^2 - n + 1)$

- 7 一般項 a_n が $a_n = 3n - 1$ である数列を次のような群に分ける。ただし、第 n 群には $2n$ 個の数が入るものとする。
- 2, 5 | 8, 11, 14, 17 | 20, 23, 26, 29, 32, 35 | 38, ...

(1) 第 n 群の最初の数と最後の数を n の式で表せ。

【解答】最初の数 $3n^2 - 3n + 2$, 最後の数 $3n^2 + 3n - 1$

(2) 第 n 群に入るすべての数の和を求めよ。

【解答】 $n(6n^2 + 1)$

第何群の何番目？ 立式して求める 群への所属は不等式

8 正の奇数を次のような群に分ける。ただし，第 n 群には n 個の数が入るものとする。

1 | 3, 5 | 7, 9, 11 | 13, 15, 17, 19 | 21, ...

このとき，373 は第何群の何番目か。

【解答】第 19 群の 16 番目

9 正の偶数の列を，次のような群に分ける。ただし，第 n 群には $2n - 1$ 個の数が入るものとする。

2 | 4, 6, 8 | 10, 12, 14, 16, 18 | 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32 | 34, ...

このとき，1500 は第何群の何番目の数か。

【解答】第 28 群の 21 番目

群数列の和

10 数列 $\frac{1}{1} \mid \frac{2}{2}, \frac{1}{2} \mid \frac{3}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3} \mid \frac{4}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{4} \mid \frac{5}{5}, \dots$ について、次の問いに答えよ。

ただし、第 n 群には n 個の数が入るものとする。

(1) 第 k 群に入るすべての数の和を求めよ。

【解答】 $\frac{k+1}{2}$

(2) 初項から第 50 項までの和を求めよ。

【解答】 31

11 数列 $\frac{1^2}{1} \mid \frac{1^2}{2}, \frac{2^2}{2} \mid \frac{1^2}{3}, \frac{2^2}{3}, \frac{3^2}{3} \mid \frac{1^2}{4}, \frac{2^2}{4}, \frac{3^2}{4}, \frac{4^2}{4} \mid \frac{1^2}{5}, \dots$ について、次の問いに答えよ。

ただし、第 n 群には n 個の数が入るものとする。

(1) 第 k 群に入るすべての数の和を求めよ。

【解答】 $\frac{1}{3}k^2 + \frac{1}{2}k + \frac{1}{6}$

(2) 初項から第 70 項までの和を求めよ。

【解答】 206

「群数列」攻略冊子

まずは数えるところから

① 数列 $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{1}{5}, \dots$ について、次の問いに答えよ。

(1) $\frac{1}{10}$ は第何項か。

$$1+2+\dots+9+1=45+1=46$$

(2) $\frac{1}{25}$ は第何項か。

$$1+2+3+\dots+24+1=\frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 25+1=300+1=301$$

(3) $\frac{16}{25}$ は第何項か。

$$1+2+3+\dots+24+16=300+16=316$$

$$a_{45} = \frac{9}{9}$$

$$a_{35} = \frac{10}{10}$$

$$a_{66} = \frac{11}{11}$$

$$a_{78} = \frac{12}{12}$$

$$a_{91} = \frac{13}{13}$$

(4) 第 100 項を求めよ。

$$1+2+\dots+9=45 \text{ より}$$

$$1+2+\dots+10=45+10=55$$

$$1+2+\dots+11=55+11=66$$

$$1+2+\dots+12=66+12=78$$

$$1+\dots+13=78+13=91 \text{ あと } 9$$

$$\frac{\textcircled{91}}{13}, \frac{\textcircled{92}}{14}, \frac{\textcircled{93}}{14}, \dots, \frac{\textcircled{100}}{14}$$

【解答】(1) 第 46 項 (2) 第 301 項 (3) 第 316 項 (4) $\frac{9}{14}$

② 数列 $\frac{1^2}{1}, \frac{1^2}{2}, \frac{2^2}{2}, \frac{1^2}{3}, \frac{2^2}{3}, \frac{3^2}{3}, \frac{1^2}{4}, \frac{2^2}{4}, \frac{3^2}{4}, \frac{4^2}{4}, \frac{1^2}{5}, \dots$ について、次の問いに答えよ。

(1) 分母が 15 以下の項は全部で何個あるか。

$$1+2+\dots+15=\frac{1}{2} \cdot 15 \cdot (1+15)=15 \times 8=120$$

$$1+2+\dots+11=66 \text{ あと } 4$$

$$\text{第 } 66 \text{ 項が } \frac{11^2}{11} \text{ なのと第 } 70 \text{ 項は } \frac{4^2}{12}$$

【解答】(1) 120 個 (2) $\frac{4^2}{12}$

とにかく数える

3 一般項 a_n が $a_n = 3n - 1$ で表される数列を、次のような群に分ける。ただし、第 n 群には n 個の数が入るものとする。

2 | 5, 8 | 11, 14, 17 | 20, 23, 26, 29 | 32, ...

第1群

第2群

第3群

第4群

このとき、101 は第何群の何番目の数か。

$$3n - 1 = 101$$

$$3n = 102$$

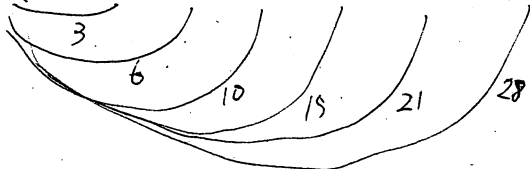
$$n = 34 \text{ より}$$

$$a_{34} = 101$$

第34項は第何群ですか？

$$1 + 7 = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot (1+7) = 28$$

$$7 < n \quad 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28 \text{ より}$$



$$8 < n \quad 28 + 8 = 36$$

【解答】第8群の6番目

4 正の偶数の列を、次のような群に分ける。ただし、第 n 群には $2n - 1$ 個の数が入るものとする。

2 | 4, 6, 8 | 10, 12, 14, 16, 18 | 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32 | 34, ...

第1群

第2群

第3群

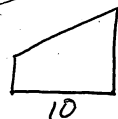
第4群

このとき、1000 は第何群の何番目の数か。

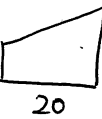
$$2k = 1000 \text{ より } k = 500 \quad a_{500} = 1000$$

第500項は第何群ですか？

$$10 < n \quad 1 + 3 + 5 + \dots + 19 = 100$$



$$20 < n \quad 1 + 3 + \dots + 39 = 400$$



$$21 < n \quad 400 + 41 = 441$$

$$22 < n \quad 441 + 43 = 484 \text{ より } 23 \text{ 群の } 16 \text{ 番目}$$

$$23 < n \quad 484 + 45 = 529$$

【解答】第23群の16番目

群数列 ポイントは「通し番号」

5 正の奇数を次のような群に分ける。ただし、第 n 群には n 個の数が入るものとする。

1 | 3, 5 | 7, 9, 11 | 13, 15, 17, 19 | 21, ...

第1群

第2群

第3群

第4群

(1) 第 n 群の最初の数を n の式で表せ。

この数列の一般項は $a_k = 1 + (k-1) \cdot 2 = 2k-1 \dots \textcircled{1}$

$n \geq 2$ のとき 第1群から第 $(n-1)$ 群までに含まれる項数は

$$1+2+3+\dots+(n-1) = \frac{1}{2} \cdot (n-1) \cdot \{1+(n-1)\} = \frac{1}{2} n(n-1) \text{ 個}$$

よって 第 n 群の最初の数は 第 $\frac{1}{2} n(n-1)+1$ 項である。

その数は $\textcircled{1}$ より

$$\begin{aligned} a_{\frac{1}{2}n(n-1)+1} &= 2\left\{\frac{1}{2}n(n-1)+1\right\}-1 \\ &= n(n-1)+2-1 \\ &= n^2-n+1 \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

$\textcircled{2}$ に $n=1$ を代入すると $a_1 = 1-1+1 = 1$ で成り立つ。

よって

$$\underline{a_n = n^2 - n + 1}$$

【解答】 $n^2 - n + 1$

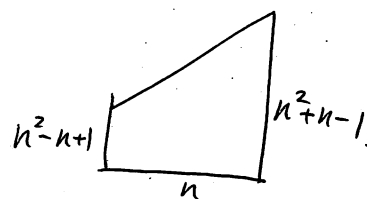
(2) 第 n 群の最後の数を n の式で表せ。

第1群から第 n 群までに含まれる項数は

$$1+2+\dots+n = \frac{1}{2} \cdot n \cdot (1+n) = \frac{1}{2} n(n+1)$$

よって 第 n 群の最後の項は 第 $\frac{1}{2} n(n+1)$ 項である。

$$\begin{aligned} \text{その数は } a_{\frac{1}{2}n(n+1)} &= 2\left\{\frac{1}{2}n(n+1)\right\}-1 \\ &= n^2+n-1 \end{aligned}$$



【解答】 $n^2 + n - 1$

(3) 第 n 群に入るすべての数の和を求めよ。

第 n 群の和は初項 n^2-n+1 , 末項 n^2+n-1 . 項数 n の等差数列の和なので

$$S_n = \frac{1}{2} \cdot n \cdot \{(n^2-n+1)+(n^2+n-1)\} = n^3$$

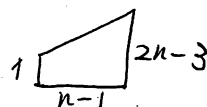
【解答】 n^3

- 6 正の偶数の列を、次のような群に分ける。ただし、第 n 群には $2n-1$ 個の数が入るものとする。
 $2 \mid 4, 6, 8 \mid 10, 12, 14, 16, 18 \mid 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32 \mid 34, \dots$

(1) 第 n 群の最初の数と最後の数を n の式で表せ。

一般項は $a_k = 2 + (k-1) \times 2 = 2k \dots \textcircled{1}$

$n \geq 2$ のとき、第 1 群から第 $(n-1)$ 群に含まれる項数は、



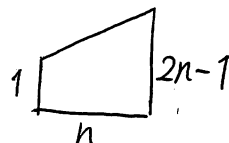
$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-3) = \frac{1}{2} \times (n-1) \{1 + (2n-3)\} = (n-1)^2 \text{ 個}$$

よって第 n 群の最初の項は第 $(n-1)^2 + 1$ 項である

①よりその数は $a_{(n-1)^2+1} = 2\{(n-1)^2+1\} = 2n^2 - 4n + 4 \dots \textcircled{2}$

②に $n=1$ を代入すると $a_1 = 2 - 4 + 4 = 2$ で成り立つ。

第 1 群から第 n 群に含まれる項数は



$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = \frac{1}{2} \times n \{1 + (2n-1)\} = n^2 \text{ 個}$$

よって第 n 群の最後の項は第 n^2 項である

①よりその数は $a_{n^2} = 2n^2$

以上より 最初の数 $2n^2 - 4n + 4$, 最後の数 $2n^2$

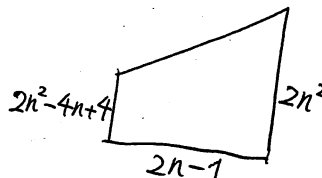
【解答】最初の数 $2n^2 - 4n + 4$, 最後の数 $2n^2$

(2) 第 n 群に入るすべての数の和を求めよ。

第 n 群の和は 初項 $2n^2 - 4n + 4$, 末項 $2n^2$, 項数 $2n-1$.

の等差数列の和だから

$$S_n = \frac{1}{2} (2n-1) \{(2n^2 - 4n + 4) + 2n^2\}$$



$$= \underline{\underline{2(2n-1)(n^2 - n + 1)}}$$

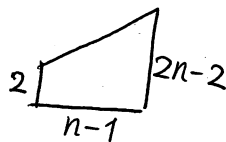
【解答】 $2(2n-1)(n^2 - n + 1)$

- 7 一般項 a_n が $a_n = 3n - 1$ である数列を次のような群に分ける。ただし、第 n 群には $2n$ 個の数が入るものとする。
 $2, 5 \mid 8, 11, 14, 17 \mid 20, 23, 26, 29, 32, 35 \mid 38, \dots$

(1) 第 n 群の最初の数と最後の数を n の式で表せ。

一般項は $a_k = 3k - 1 \dots \dots \textcircled{1}$

$n \geq 2$ のとき、第 1 群から第 $(n-1)$ 群に含まれる項数は、



$$2 + 4 + 6 + \dots + (2n-2) = \frac{1}{2} \times (n-1) \{2 + (2n-2)\} = n(n-1) \text{ 個}$$

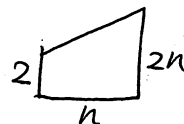
よって第 n 群の最初の項は第 $n(n-1)+1$ 項である。

①より、その数は

$$a_{n(n-1)+1} = 3\{n(n-1)+1\} - 1 = 3n^2 - 3n + 2 \dots \dots \textcircled{2}$$

②に $n=1$ を代入すると $a_1 = 3 - 3 + 2 = 2$ で成り立つ。

第 1 群から第 n 群に含まれる項数は、



$$2 + 4 + 6 + \dots + 2n = \frac{1}{2} \times n \times (2 + 2n) = n(n+1) \text{ 個}$$

よって第 n 群の最後の項は第 $n(n+1)$ 項である。

①より、その数は

$$a_{n(n+1)} = 3\{n(n+1)\} - 1 = 3n^2 + 3n - 1$$

以上より

最初の数 $3n^2 - 3n + 2$, 最後の数 $3n^2 + 3n - 1$ //

【解答】最初の数 $3n^2 - 3n + 2$, 最後の数 $3n^2 + 3n - 1$

(2) 第 n 群に入るすべての数の和を求めよ。

第 n 群の和は 初項 $3n^2 - 3n + 2$, 末項 $3n^2 + 3n - 1$ 項数 $2n$

の等差数列の和だから

$$S_n = \frac{1}{2} \times 2n \times \{(3n^2 - 3n + 2) + (3n^2 + 3n - 1)\}$$

$$= n(6n^2 + 1) //$$

【解答】 $n(6n^2 + 1)$

第何群の何番目？ 立式して求める 群への所属は不等式

- 8 正の奇数を次のような群に分ける。ただし、第 n 群には n 個の数が入るものとする。

1 | 3, 5 | 7, 9, 11 | 13, 15, 17, 19 | 21, ...

このとき、373 は第何群の何番目か。

この数列の一般項は $a_k = 1 + (k-1) \cdot 2 = 2k-1$

$$373 \text{ に } 2k-1 = 373$$

$$2k = 374$$

$$k = 187 \therefore a_{187} = 373 \quad (373 \text{ は第 } 187 \text{ 項})$$

第1群から第 n 群に含まれる項数は

$$1+2+3+\dots+n = \frac{1}{2}n(n+1) \text{ 個なので } \dots \textcircled{1}$$

$$\textcircled{1} \text{ に } n=18 \text{ 代入して } \frac{1}{2} \times 18 \times 19 = 171 \leftarrow (1 \sim 18 \text{ 群に含まれる項は } 171 \text{ 個})$$

$$\textcircled{1} \text{ に } n=19 \text{ 代入して } \frac{1}{2} \times 19 \times 20 = 190 \leftarrow (1 \sim 19 \text{ 群に含まれる項は } 190 \text{ 個})$$

$$171 < 187 \leq 190 \text{ より } a_{187} \text{ は第 } 19 \text{ 群に含まれる}$$

$$187 - 171 = 16 \text{ より } \underline{\underline{373 \text{ は第 } 19 \text{ 群の } 16 \text{ 番目}}}$$

【解答】第 19 群の 16 番目

- 9 正の偶数の列を、次のような群に分ける。ただし、第 n 群には $2n-1$ 個の数が入るものとする。

2 | 4, 6, 8 | 10, 12, 14, 16, 18 | 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32 | 34, ...

このとき、1500 は第何群の何番目の数か。

この数列の一般項は $a_k = 2 + (k-1) \cdot 2 = 2k$

$$1500 \text{ に } 2k = 1500$$

$$k = 750$$

$$\therefore a_{750} = 1500 \quad (1500 \text{ は第 } 750 \text{ 項})$$

第1群から第 n 群に含まれる項数は

$$1+3+5+\dots+(2n-1) = \frac{1}{2} \times n \times \{1+(2n-1)\} = n^2 \text{ 個なので } \dots \textcircled{1}$$

$$\textcircled{1} \text{ に } n=27 \text{ 代入して } 27^2 = 729$$

$$\textcircled{1} \text{ に } n=28 \text{ 代入して } 28^2 = 784$$

$$729 < 750 \leq 784 \text{ より } a_{750} \text{ は第 } 28 \text{ 群に含まれる}$$

$$750 - 729 = 21 \text{ より } \underline{\underline{1500 \text{ は第 } 28 \text{ 群の } 21 \text{ 番目}}}$$

【解答】第 28 群の 21 番目

群数列の和

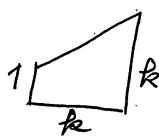
10 数列 $\frac{1}{1} \mid \frac{2}{2}, \frac{1}{2} \mid \frac{3}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3} \mid \frac{4}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{4} \mid \frac{5}{5}, \dots$ について、次の問いに答えよ。

ただし、第 n 群には n 個の数が入るものとする。

(1) 第 k 群に入るすべての数の和を求めよ。

第 k 群の和は

$$\begin{aligned} & \frac{k}{k} + \frac{k-1}{k} + \frac{k-2}{k} + \dots + \frac{3}{k} + \frac{2}{k} + \frac{1}{k} \\ &= \frac{1}{k} \{1 + 2 + 3 + \dots + (k-2) + (k-1) + k\} \\ &= \frac{1}{k} \times \frac{1}{2} \times k \times (1+k) = \frac{k+1}{2} \end{aligned}$$

↑ この中は 

【解答】 $\frac{k+1}{2}$

(2) 初項から第 50 項までの和を求めよ。

第 1 群から第 n 群までに含まれる項数は

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2} n(n+1) \text{ 個} \dots \textcircled{1}$$

$$\textcircled{1} \text{ に } n=9 \text{ 代入し } \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 10 = 45$$

$$\textcircled{1} \text{ に } n=10 \text{ 代入し } \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 11 = 55$$

$45 < 50 \leq 55$ と $50 - 45 = 5$ より 第 50 項は 第 10 群の 5 番目なので $a_{50} = \frac{6}{10}$

求める和を S とすると

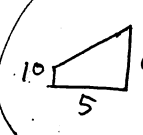
$$S = (\text{第 1 群} \sim \text{第 9 群の和}) + (a_{46} + \dots + a_{50})$$

$$= \sum_{k=1}^9 \frac{k+1}{2} + \left(\frac{10}{10} + \frac{9}{10} + \frac{8}{10} + \frac{7}{10} + \frac{6}{10} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^9 k + \sum_{k=1}^9 \frac{1}{2} + \frac{1}{10} (10+9+8+7+6)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 9 \times 10 + \frac{1}{2} \times 9 + \frac{1}{10} \times 40$$

$$= \frac{45}{2} + \frac{9}{2} + 4 = \frac{54}{2} + 4 = 27 + 4 = 31$$

 $6 = \frac{1}{2} \times 5 \times (10+6)$
 $= 5 \times 8$
 $= 40$

【解答】 31

11 数列 $\frac{1^2}{1} \mid \frac{1^2}{2}, \frac{2^2}{2} \mid \frac{1^2}{3}, \frac{2^2}{3}, \frac{3^2}{3} \mid \frac{1^2}{4}, \frac{2^2}{4}, \frac{3^2}{4}, \frac{4^2}{4} \mid \frac{1^2}{5}, \dots$ について、次の問いに答えよ。

ただし、第 n 群には n 個の数が入るものとする。

(1) 第 k 群に入るすべての数の和を求めよ。

第 k 群の和は

$$\begin{aligned} \frac{1^2}{k} + \frac{2^2}{k} + \frac{3^2}{k} + \dots + \frac{k^2}{k} &= \frac{1}{k} (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2) \\ &= \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k i^2 = \frac{1}{k} \times \frac{1}{6} k(k+1)(2k+1) \\ &= \frac{1}{3} k^2 + \frac{1}{2} k + \frac{1}{6} \end{aligned}$$

【解答】 $\frac{1}{3}k^2 + \frac{1}{2}k + \frac{1}{6}$

(2) 初項から第 70 項までの和を求めよ。

第 1 群から第 n 群までに含まれる項数は

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2} n(n+1) \text{ 個} \dots \dots \textcircled{1}$$

$$\textcircled{1} \text{ に } n=11 \text{ を代入して } \frac{1}{2} \times 11 \times 12 = 66$$

$$n=12 \text{ を代入して } \frac{1}{2} \times 12 \times 13 = 78$$

$$66 < 70 \leq 78 \Rightarrow 70 - 66 = 4 \text{ より 第 70 項は第 12 群の 4 番目の項で } a_{70} = \frac{4^2}{12}$$

求める和を S とすると

$$\begin{aligned} S &= (\text{第 1 群} \sim \text{第 11 群の和}) + (a_{67} + a_{68} + a_{69} + a_{70}) \\ &= \sum_{k=1}^{11} \left(\frac{1}{3} k^2 + \frac{1}{2} k + \frac{1}{6} \right) + \left(\frac{1^2}{12} + \frac{2^2}{12} + \frac{3^2}{12} + \frac{4^2}{12} \right) \\ &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{11} k^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{11} k + \sum_{k=1}^{11} \frac{1}{6} + \frac{1}{12} (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2) \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} \times 11 \times 12 \times 23 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 11 \times 12 + \frac{1}{6} \times 11 + \frac{1}{12} (1 + 4 + 9 + 16) \\ &= \frac{506}{3} + 33 + \frac{11}{6} + \frac{5}{2} = \frac{1012 + 11 + 15}{6} + 33 = \frac{1038}{6} + 33 \\ &= 173 + 33 = \underline{206} \end{aligned}$$

【解答】 206