３年普通科　数学 III　　不定積分演習プリント１

練習１　次の不定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int x^5 dx$

(2) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^3}$

(3) $\displaystyle\int x^{\frac{1}{3}} dx$

(4) $\displaystyle\int x^{-\frac{1}{3}} dx$

(5) $\displaystyle\int x\sqrt{x} dx$

(6) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x}}$

練習２　次の不定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int \frac{x^2-4x+1}{x^3} dx$

(2) $\displaystyle\int \frac{(x^2-2)(x^2-3)}{x^4} dx$

(3) $\displaystyle\int \frac{x+2}{\sqrt{x}} dx$

(4) $\displaystyle\int \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{x} dx$

(5) $\displaystyle\int \frac{1-y-y^2}{y^2} dy$

(6) $\displaystyle\int \left(3t^2-\frac{1}{t}\right) dt$

３年普通科　数学 III　　不定積分演習プリント１　解答例

練習１　次の不定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int x^5 dx = \frac{1}{5+1}x^{5+1} + C = \frac{1}{6}x^6 + C$ //

（C は積分定数）

(2) $\displaystyle\int \frac{dx}{x^3} = \int x^{-3}dx = \frac{1}{-3+1}x^{-3+1} + C = \frac{1}{-2}x^{-2} + C = -\frac{1}{2x^2} + C$ //

（C は積分定数）

(3) $\displaystyle\int x^{\frac{1}{3}}dx = \frac{1}{\frac{1}{3}+1}x^{\frac{1}{3}+1} + C = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C = \frac{3}{4}x\sqrt[4]{x} + C$ //

（C は積分定数）

(4) $\displaystyle\int x^{-\frac{1}{3}}dx = \frac{1}{-\frac{1}{3}+1}x^{-\frac{1}{3}+1} + C = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + C = \frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} + C$ //

（C は積分定数）

(5) $\displaystyle\int x\sqrt{x}dx = \int x^{\frac{3}{2}}dx = \frac{1}{\frac{3}{2}+1}x^{\frac{3}{2}+1} + C = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C = \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + C$ //

（C は積分定数）

(6) $\displaystyle\int \frac{dx}{\sqrt{x}} = \int x^{-\frac{1}{2}}dx = \frac{1}{-\frac{1}{2}+1}x^{-\frac{1}{2}+1} + C = 2x^{\frac{1}{2}} + C = 2\sqrt{x} + C$ //

（C は積分定数）

練習２　次の不定積分を求めよ。

(1)
$$\begin{aligned}\int \frac{x^2-4x+1}{x^3}dx &= \int\left(\frac{1}{x} - \frac{4}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right)dx \\ &= \int\left(\frac{1}{x} - 4x^{-2} + x^{-3}\right)dx \\ &= \log|x| - 4\cdot\frac{1}{-1}x^{-1} + \frac{1}{-2}x^{-2} + C \\ &= \log|x| + \frac{4}{x} - \frac{1}{2x^2} + C\end{aligned}$$
//

（C は積分定数）

(2)
$$\begin{aligned}\int \frac{(x^2-2)(x^2-3)}{x^4}dx &= \int \frac{x^4-5x^2+6}{x^4}dx \\ &= \int\left(1 - \frac{5}{x^2} + \frac{6}{x^4}\right)dx \\ &= \int(1 - 5x^{-2} + 6x^{-4})dx \\ &= x - 5\cdot\frac{1}{-1}x^{-1} + 6\cdot\frac{1}{-3}x^{-3} + C \\ &= x + \frac{5}{x} - \frac{2}{x^3} + C\end{aligned}$$
//

（C は積分定数）

(3)
$$\begin{aligned}\int \frac{x+2}{\sqrt{x}}dx = \int\left(\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)dx &= \int(x^{\frac{1}{2}} + 2x^{-\frac{1}{2}})dx \\ &= \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2\cdot\frac{2}{1}x^{\frac{1}{2}} + C \\ &= \frac{2}{3}x\sqrt{x} + 4\sqrt{x} + C\end{aligned}$$
//

（C は積分定数）

(4)
$$\begin{aligned}\int \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{x}dx &= \int \frac{x-2\sqrt{x}+1}{x}dx \\ &= \int\left(1 - \frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x}\right)dx \\ &= \int\left(1 - 2x^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{x}\right)dx \\ &= x - 2\cdot\frac{2}{1}x^{\frac{1}{2}} + \log|x| + C \\ &= x - 4\sqrt{x} + \log|x| + C\end{aligned}$$
//

（C は積分定数）

(5)
$$\begin{aligned}\int \frac{1-y-y^2}{y^2}dy &= \int\left(\frac{1}{y^2} - \frac{1}{y} - 1\right)dy \\ &= \int(y^{-2} - \frac{1}{y} - 1)dy \\ &= \frac{1}{-1}y^{-1} - \log|y| - y + C \\ &= -\frac{1}{y} - \log|y| - y + C\end{aligned}$$
//

（C は積分定数）

(6)
$$\begin{aligned}\int\left(3t^2 - \frac{1}{t}\right)dt &= \int\left(9t^4 - 6t + \frac{1}{t^2}\right)dt \\ &= \int(9t^4 - 6t + t^{-2})dt \\ &= 9\cdot\frac{1}{5}t^5 - 6\cdot\frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{-1}t^{-1} + C \\ &= \frac{9}{5}t^5 - 3t^2 - \frac{1}{t} + C\end{aligned}$$
//

（C は積分定数）