

センター試験 数学I・数学A 問題 (2015.1.18 実施)

第1問 (必答問題) (配点 20)

2次関数 $y = -x^2 + 2x + 2$ ①

のグラフの頂点の座標は $(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}})$ である。また

$$y = f(x)$$

は x の2次関数で、そのグラフは、①のグラフを x 軸方向に p 、 y 軸方向に q だけ平行移動したものであるとする。

- (1) 下の $\boxed{\text{ウ}}$ 、 $\boxed{\text{オ}}$ には次の①～④のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

$$\text{①} > \text{②} < \text{③} \geq \text{④} \leq \text{⑤} \neq$$

$2 \leq x \leq 4$ における $f(x)$ の最大値が $f(2)$ になるような p の値の範囲は

$$p \quad \boxed{\text{ウ}} \quad \boxed{\text{エ}}$$

であり、最小値が $f(2)$ になるような p の値の範囲は

$$p \quad \boxed{\text{オ}} \quad \boxed{\text{カ}}$$

である。

- (2) 2次不等式 $f(x) > 0$ の解が $-2 < x < 3$ になるのは

$$p = \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}, \quad q = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}}$$

のときである。

第2問 (必答問題) (配点 25)

- 【1】 条件 p_1, p_2, q_1, q_2 の否定をそれぞれ $\overline{p_1}, \overline{p_2}, \overline{q_1}, \overline{q_2}$ と書く。

- (1) 次の $\boxed{\text{ア}}$ に当てはまるものを、下の①～③のうちから一つ選べ。

命題「 $(p_1 \text{ かつ } p_2) \Rightarrow (q_1 \text{ かつ } q_2)$ 」の対偶は $\boxed{\text{ア}}$ である。

① $(\overline{p_1} \text{ または } \overline{p_2}) \Rightarrow (\overline{q_1} \text{ または } \overline{q_2})$

② $(\overline{q_1} \text{ または } \overline{q_2}) \Rightarrow (\overline{p_1} \text{ または } \overline{p_2})$

③ $(\overline{q_1} \text{ かつ } \overline{q_2}) \Rightarrow (\overline{p_1} \text{ かつ } \overline{p_2})$

④ $(\overline{p_1} \text{ かつ } \overline{p_2}) \Rightarrow (\overline{q_1} \text{ かつ } \overline{q_2})$

- (2) 自然数 n に対する条件 p_1, p_2, q_1, q_2 を次のように定める。

$p_1: n$ は素数である。

$p_2: n+2$ は素数である。

$q_1: n+1$ は5の倍数である。

$q_2: n+1$ は6の倍数である。

30以上の自然数 n のなかで $\boxed{\text{イ}}$ と $\boxed{\text{ウエ}}$ は

命題「 $(p_1 \text{ かつ } p_2) \Rightarrow (q_1 \text{ かつ } q_2)$ 」

の反例となる。

- 【2】 $\triangle ABC$ において、 $AB=3$ 、 $BC=5$ 、 $\angle ABC=120^\circ$ とする。

このとき、 $AC = \boxed{\text{オ}}$ 、 $\sin \angle ABC = \frac{\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ であり、 $\sin \angle BCA = \frac{\boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。

直線 BC 上に点 D を、 $AD=3\sqrt{3}$ かつ $\angle ADC$ が鋭角、となるようにとる。点 P を線分 BD 上の点とし、 $\triangle APC$ の外接円の半径を R とすると、 R のとり得る値の範囲は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} \leq R \leq \boxed{\text{セ}}$ である。

第3問 (必答問題) (配点 15)

〔1〕 ある高校3年生1クラスの生徒40人について、ハンドボール投げの飛距離のデータを取った。次の図1は、このクラスで最初にとったデータのヒストグラムである。

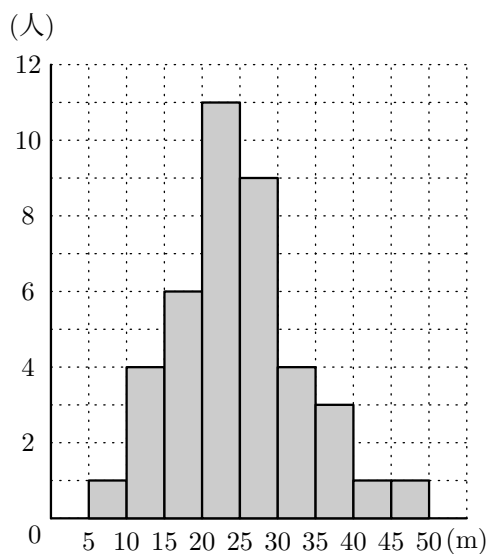


図1 ハンドボール投げ

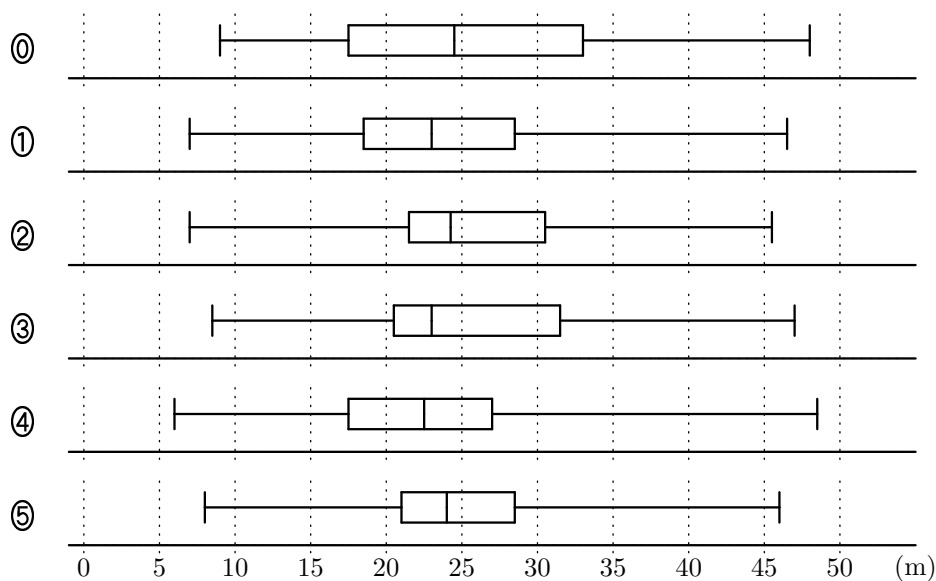
(1) 次の に当てはまるものを、下の①～⑧のうちから一つ選べ。

この40人のデータの第3四分位数が含まれる階級は、 である。

- | | |
|-----------------|-----------------|
| ① 5m 以上 10m 未満 | ① 10m 以上 15m 未満 |
| ② 15m 以上 20m 未満 | ③ 20m 以上 25m 未満 |
| ④ 25m 以上 30m 未満 | ⑤ 30m 以上 35m 未満 |
| ⑥ 35m 以上 40m 未満 | ⑦ 40m 以上 45m 未満 |
| ⑧ 45m 以上 50m 未満 | |

(2) 次の ～ に当てはまるものを、下の①～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし、 ～ の解答の順序は問わない。

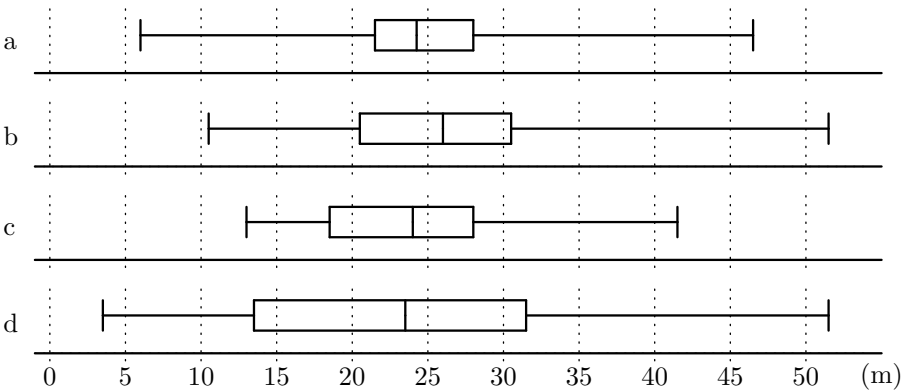
このデータを箱ひげ図にまとめたとき、図1のヒストグラムと矛盾するものは、, , , である。



(3) 次の文章中の カ , キ に入れるものとして最も適当なものを、下の ①～③ のうちから一つずつ選べ。
ただし、カ , キ の解答の順序は問わない。

後日、このクラスでハンドボール投げの記録と取り直した。次に示した A～D は、最初にとった記録から今回の記録への変化の分析結果を記述したものである。a～d の各々が今回取り直したデータの箱ひげ図となる場合に、①～③ の組合せのうち分析結果と箱ひげ図が**矛盾するもの**は、カ , キ である。

- ① A-a ② B-b ③ C-c ④ D-d
- A：どの生徒の記録も下がった。
B：どの生徒の記録も伸びた。
C：最初にとったデータで上位 $\frac{1}{3}$ に入るすべての生徒の記録が伸びた。
D：最初にとったデータで上位 $\frac{1}{3}$ に入るすべての生徒の記録は伸び、下位 $\frac{1}{3}$ に入るすべての生徒の記録は下がった。



【2】 ある高校 2 年生 40 人のクラスで一人 2 回ずつハンドボール投げの飛距離のデータを取ることにした。次の図 2 は 1 回目のデータを横軸に、2 回目のデータを縦軸にとった散布図である。なお、一人の生徒が欠席したため、39 人のデータとなっている。

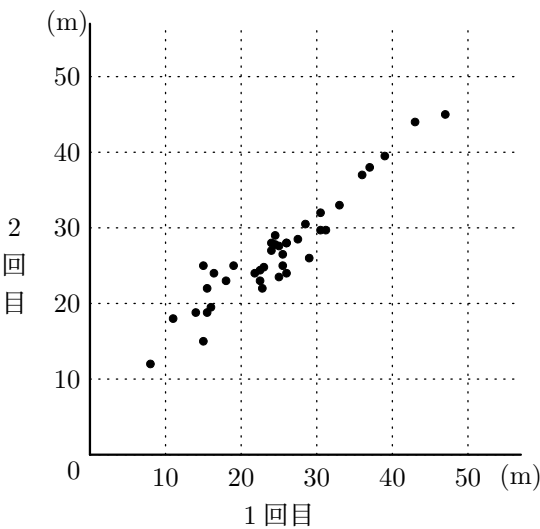


図 2

	平均値	中央値	分散	標準偏差
1 回目のデータ	27.70	24.30	67.40	8.21
2 回目のデータ	26.90	26.40	48.72	6.98

1 回目のデータと 2 回目のデータの共分散	54.30
------------------------	-------

(共分散とは 1 回目のデータの偏差と 2 回目のデータの偏差の積の平均である)

- 次の ク に当てはまるものを、下の ①～⑨ のうちから一つ選べ。
- 1 回目のデータと 2 回目のデータの相関係数に近い値は、ク である。
- ① 0.67 ② 0.71 ③ 0.75 ④ 0.79 ⑤ 0.83
⑥ 0.87 ⑦ 0.91 ⑧ 0.95 ⑨ 0.99 ⑩ 1.03

第4問 (選択問題) (配点 20)

同じ大きさの5枚の正方形の板を一行に並べて、図のような掲示板を作り、壁に固定する。赤色、緑色、青色のペンキを用いて、隣り合う正方形どうしが異なる色となるように、この掲示板を塗り分ける。ただし、塗り分ける際には、3色のペンキをすべて使わなくてはならないわけではなく、2色のペンキだけで塗り分けることがあってもよいものとする。



- (1) このような塗り方は、全部で アイ 通りある。
- (2) 塗り方が左右対称となるのは、全部で ウエ 通りある。
- (3) 青色と緑色の2色だけで塗り分けるのは、オ 通りある。
- (4) 赤色に塗られる正方形が3枚であるのは、カ 通りある。
- (5) 赤色に塗られる正方形が1枚である場合について考える。
 - ・どちらかの端の1枚が赤色に塗られるのは、キ 通りある。
 - ・端以外の1枚が赤色に塗られるのは、クケ 通りある。
 よって、赤色に塗られる正方形が1枚であるのは、コサ 通りある。
- (6) 赤色に塗られる正方形が2枚であるのは、シス 通りある。

第5問 (選択問題) (配点 20)

以下では、 $a = 765$ とし、 m は自然数とする。

- (1) a を素因数分解すると $a = 2^{\text{ア}} \cdot 3^{\text{イ}}$ 。 ウ である。 a の正の約数の個数は エオ 個である。
- (2) $\sqrt{am}$ が自然数となる最小の自然数 m は カキ である。 $\sqrt{am}$ が自然数となるとき、 m はある自然数 k により、 $m = \text{カキ} \cdot k^2$ と表される数であり、そのときの $\sqrt{am}$ の値は クケコ k である。
- (3) 次に、自然数 k により、クケコ k と表される数で、11 で割った余りが1となる最小の k を求める。1次不定方程式

$$\text{クケコ} \cdot k - 11l = 1$$
 を解くと、 $k > 0$ となる整数解 (k, l) のうち k が最小なものは、 $k = \text{サ}$ ， $l = \text{シスセ}$ である。
- (4) $\sqrt{am}$ が11で割ると1余る自然数となるとき、そのような自然数 m のなかで最小のものは ソタチツ である。

第6問 (選択問題) (配点 20)

$\triangle ABC$ において、 $AB=AC=5$ ， $BC=\sqrt{5}$ とする。辺 AC 上に点 D を $AD=3$ となるようにとり、辺 BC の B の側の延長と $\triangle ABD$ の外接円との交点で B と異なるものを E とする。

$CE \cdot CB = \text{アイ}$ であるから、 $BE = \sqrt{\text{ウ}}$ である。 $\triangle ACE$ の重心を G とすると、 $AG = \frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ である。

AB と DE の交点を P とすると、 $\frac{DP}{EP} = \frac{\text{キ}}{\text{ク}}$ ① である。

$\triangle ABC$ と $\triangle EDC$ において、点 A, B, D, E は同一円周上にあるので $\angle CAB = \angle CED$ で、 $\angle C$ は共通であるから、

$$DE = \text{ケ} \sqrt{\text{コ}} \dots\dots\dots ②$$

である。

①，② から、 $EP = \frac{\text{サ} \sqrt{\text{シ}}}{\text{ス}}$ である。